

Chapitre 2 - Rudiments de logique - Ensembles

1. Les propositions mathématiques

quelles sont les 2 catégories d'expressions mathématiques?

quelles sont les valeurs de vérité que peut prendre une proposition?

que veut dire l'expression "on a P", "on n'a pas P"?

qu'est-ce qu'un prédicat?

quelle est la définition de: "P est synonyme de Q"?

qu'est-ce qu'un théorème? un lemme? un corollaire? un axiome?

2. Les ensembles

def des mots: élément d'un ensemble, ensemble défini à extension,
notation \emptyset, E ensemble des booléens

singleton

ensemble vide

def d'un sous-ensemble d'un ensemble

notation C, \emptyset

propriétés de l'inclusion

def d'un ensemble défini par compréhension

Que signifie " $\forall x \in E, P(x)$ ", " $\exists x \in E, P(x)$ "? Comment nomme-t-on les

Comment écrire avec les quantificateurs: symboles \forall, \exists ?

- f est périodique de période T ?

- f est paire sur I ?

exemple de variable liée, libre (muette, parlante)

quelles sont les règles concernant l'interversion de 2 quantificateurs?

Que signifie " $\exists! x \in E, P(x)$ "?

def de l'ensemble des parties de l'ensemble E ? notation?

ex: lorsque $E = \{a, b, c\}$. Si $\text{card}(E) = n$, que vaut $\text{card}(\mathcal{P}(E))$?

ex: si a est un élément de E alors $\{a\} \dots \mathcal{P}(E)$

$a \dots E$

$\{a\} \dots E$

3. Connecteurs

• négation: def, propriétés, négation de $(\forall x \in E, P(x))$, de $(\exists x \in E, P(x))$

• conjonction: def, règles principales, $(\forall x \in E, P(x) \text{ et } Q(x)) \equiv \dots$

• disjonction: def, règles principales, $(\exists x \in E, P(x) \text{ ou } Q(x)) \equiv \dots$

propriétés: $P \text{ et } (Q \text{ ou } R) \equiv \dots$

$P \text{ ou } (Q \text{ et } R) \equiv \dots$

$\text{non}(P \text{ ou } Q) \equiv \dots$

$\text{non}(P \text{ et } Q) \equiv \dots$

• implication: def, règles principales, réciproque de $P \Rightarrow Q$, contraposée
vocabulaire condition nécessaire, condition suffisante

négation d'une implication : non $(P \Rightarrow Q) \equiv \dots$

- équivalences : déf, règles principales, vocabulaire de conditions nécessaires et suffisantes

$P \Leftrightarrow Q \equiv \dots$ (double implication)

Connaitre ma $P \Leftrightarrow Q \Leftrightarrow R$?

4- Différents types de raisonnement : connaître le principe de chaque type

4-1 par implication \rightarrow raisonnement direct

\rightarrow raisonnement par contraposée

\rightarrow raisonnement par l'absurde

4-2 par récurrence

\rightarrow simple

\rightarrow double Δ rédaction

\rightarrow forte

4-3 par disjonction de cas

4-4 par analyse-synthèse

5- Règles élémentaires de construction d'ensembles