

TD4 cor ex 2

- ① Soit $x \in \mathbb{R}$ $x \in \mathcal{D}f$ si $\frac{1+x}{1-x} > 0$ et $1-x \neq 0$ si $x \in]-1, 1[$ d'après ce tableau de signes:

Donc $\mathcal{D}f =]-1, 1[$

x	-1	1
$1+x$	-	+
$1-x$	+	-
$\frac{1+x}{1-x}$	-	+

- ② $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et $x \mapsto \frac{1+x}{1-x}$ est dérivable sur $]-1, 1[$ et prend la valeur 0 en -1.

En tant que composée de fct der, f est dérivable sur $]-1, 1[$.
(f est de la forme $f = \sqrt{u}$ où $u = \frac{1+x}{1-x}$).

③ $f' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ avec $u' = \frac{1 \times (1-x) - (1+x) \times (-1)}{(1-x)^2} = \frac{1-x+1+x}{(1-x)^2} = \frac{2}{(1-x)^2}$.

Donc $\forall x \in]-1, 1[, f'(x) = \frac{2}{2 \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}} = \frac{1}{\sqrt{(1-x)(1+x)}}$

$\forall x \in]-1, 1[, f'(x) = \frac{2}{(1-x)^2} \times \frac{\sqrt{1-x}}{2\sqrt{1+x}} = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}^2 (1-x) \sqrt{1+x}} = \frac{1}{\sqrt{1-x}(1-x)\sqrt{1+x}}$

$\forall x \in]-1, 1[, f'(x) = \frac{1}{(1-x)\sqrt{(1-x)(1+x)}} = \frac{1}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}$

$\forall x \in]-1, 1[, f'(x) = \frac{1}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}$