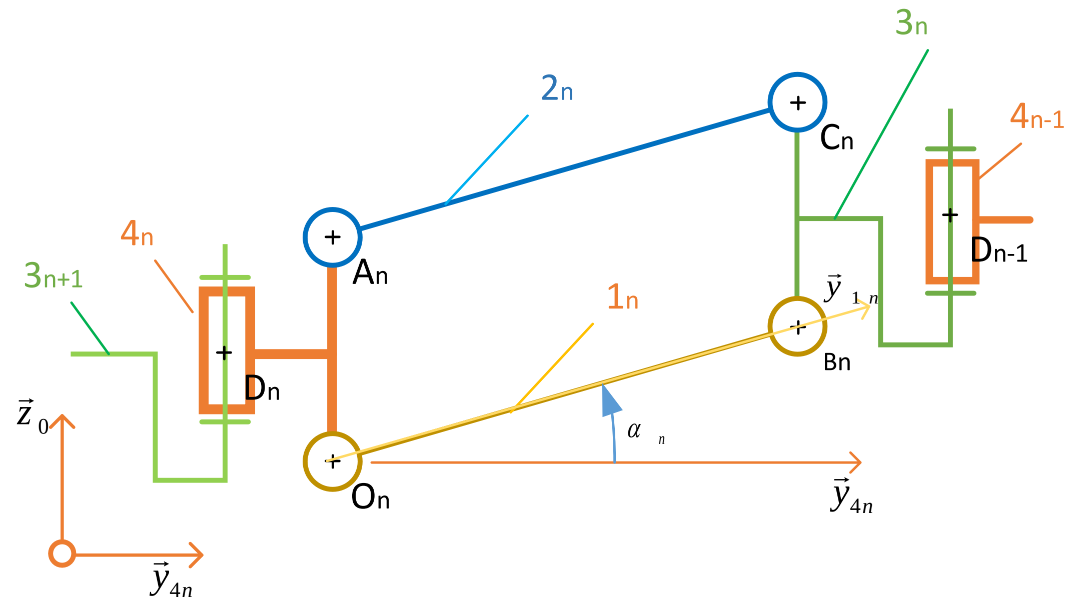
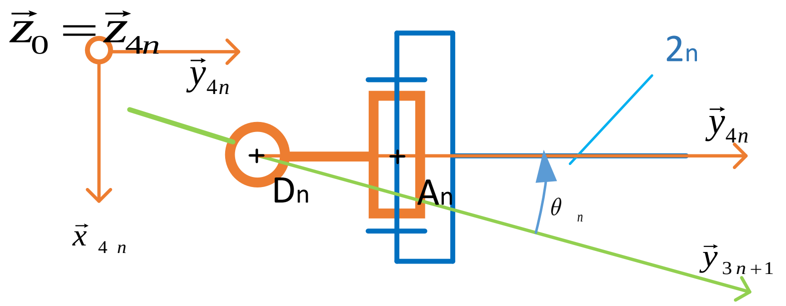
MPSI - DS 4 SII – Eléments de correction

1 Bras d'inspection du tokamak de Cadarache

Question 1.



Question 2.



Question 3. *Après avoir bien observé la structure mécanique, indiquez le mouvement possible de 3n par rapport à 4n.*

La structure 1n-4n-2n-3n est un parallélogramme. Les côtés OnAn et CnBn restent parralèles au cours du mouvement. Le mouvement 3n / 4n est donc un mouvement de translation circulaire de rayon $||\overrightarrow{O_nB_n}||$. Ce mouvement permet notamment une élévation de l'extrémité du module.

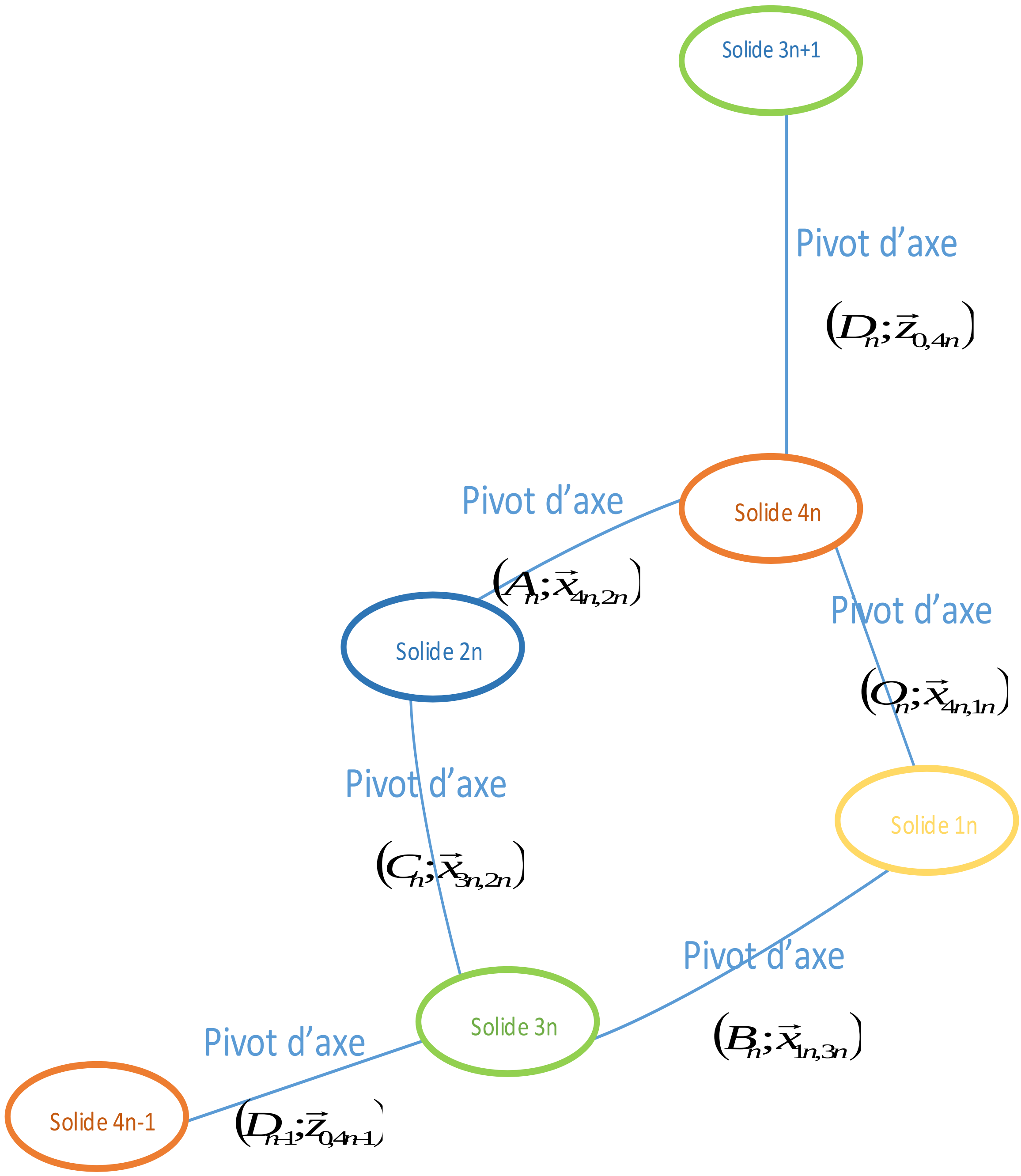
Question 4. *Quel est le mouvement entre 3n+1 et 4n ? En déduire la mobilité apportée par un module Mn : proposez une forme du torseur $\{V_{3n/3n+1}\}$ (on ne détaillera pas l'intensité des vecteur, on ne veut que la forme du torseur : pas de calcul utilisant Varignon !...)*

La liaison pivot en D_n indique que le mouvement $3_{n+1}/4_n$ est une rotation d'axe $(D_n; \overrightarrow{Y_0})$.

La mobilité existant entre les deux extrémités d'un module peut être décrite par :

$$\{V_{3n/3n+1}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_n.\overrightarrow{Z_0} \\ \dot{v}.\overrightarrow{X_{4n}} + \dot{w}.\overrightarrow{Z_{4n}} \end{Bmatrix}_{Dn+1}$$

Question 5. *Sur votre feuille, réaliser le graphe des liaisons correspondant au module Mn*



II.2- Mobilité de l'extrémité de l'AIA

Question 6. *L'AIA est composé de plusieurs modules. Décrivez le mouvement qu'il est alors possible de produire au niveau du module d'inspection. Sans calculs, on pourra indiquer la forme du torseur cinématique du module d'inspection par rapport au bâti. Ce mouvement est-il compatible avec le contexte d'utilisation ?*

Dans l'association de plusieurs modules en série, le mouvement du bout de la chaine (module d'inspection) par rapport au bâti s'obtient en utilisant la composition des mouvements, par la somme des torseurs cinématiques de la mobilité de chaque module. On obtient un torseur cinématique de la forme suivant :

$$\{V_{4c/0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}.\overrightarrow{Z_0} \\ \dot{u}.\overrightarrow{X_0} + \dot{v}.\overrightarrow{Y_0} + \dot{w}.\overrightarrow{Z_0} \end{Bmatrix}_{Bn}$$

les rotations d'axe $\overrightarrow{Z_0}$ permettent impliquent que le module d'inspection peut se déplacer dans un plan $(\overrightarrow{X_0};\overrightarrow{Y_0})$ tout en contournant le centre du tore. Elles impliquent également qu'il est possible d'orienter correctement le module d'inspection. La mobilité de déplacement vertical permet de compenser l'affaissement vertical qui peut exister en bout de bras, lié notamment à l'important bras de levier provoquant une déformation des composants.

Question 7. *Dans le cas d'une liaison hélicoïdale (pas à droite p2 donc **valeur positive**), rappeler la formule liant la vitesse de translation à la vitesse de rotation :* $V_{écrou/0} = \frac{p}{2\pi} w_{vis/0}$ *En déduire dans notre cas la relation entre :* $\dot{y}(t) = \frac{p_2}{2\pi} . \dot{\beta}(t)$.

Intégrer cette relation pour en déduire $y(t)$ *en fonction de* $\beta_n(t), p_2, y_0$: $y(t) = \frac{p_2}{2\pi} . \beta(t) + y_0$

Question 8. *En écrivant une fermeture géométrique dans le triangle* $On\ An\ Bn$, *déterminer une relation liant l'angle de tangage* α_n *et la distance y(t).*

En déduire alors une relation liant l'angle de tangage et l'angle de pilotage $\beta_n(t)$ *du motoreducteur.*

Vous poserez bien votre étude et vos relations.

Fermeture géométrique :

$\overrightarrow{O_nA_n} + \overrightarrow{A_nB_n} + \overrightarrow{B_nO_n} = \vec{0}$ -> $c . \vec{z}_{4n,0} + y(t) . \vec{y}_{8n} - L_0 . \vec{y}_{1n} = \vec{0}$

On projette dans la base B_{4n} :

$$sur\ \vec{y}_{4n} : y(t) . \cos\psi_n - L_0 . \cos\alpha_n = 0$$
$$sur\ \vec{z}_{4n,0} : c + y(t) . \sin\psi_n - L_0 . \sin\alpha_n = 0$$

On doit éliminer le paramètre inutile $\psi_n(t) = (\vec{y}_{4n}; \vec{y}_{8n})$donc :

$y(t) . \cos\psi_n = L_0 . \cos\alpha_n\ (1)$
$y(t) . \sin\psi_n = L_0 . \sin\alpha_n - c(2)$
$(1)^2 + (2)^2 : y(t)^2 = L^2{}_0 - 2 * L_0 . \sin\alpha_n + c^2$

En déduire alors une relation liant l'angle de tangage et l'angle de pilotage β_m(t) du moteur (attention au rapport de transmission r1).

On a : $y(t) = \frac{p_2}{2\pi} . \beta(t) + y_0$

donc

$(\frac{p_2}{2\pi} . \beta(t) + y_0)^2 = L^2{}_0 - 2 * L_0 . \sin\alpha_n + c^2$

$$\sin\alpha_n = (\frac{p_2}{2\pi} . \beta(t) + y_0)^2 - L^2{}_0 - c^2$$

Question 9. *Indiquez comment on peut obtenir cette loi cinématique à partir de la relation obtenue à la question précédente.*

On peut obtenir la loi e/s cinématique par dérivation de loi e/s géométrique par rapport au temps

Question 10. *Appliquez la méthode du bouclage cinématique à la boucle 4n-8n-10n-8n pour obtenir la loi cinématique liant* $\dot{\alpha}_n$ *à* $\dot{y}$. *On choisira le point An pour effectuer les calculs. Si vous en avez besoin, vous pouvez poser les inconnues cinématiques nécessaires. On ne cherchera pas à éliminer l'inconnue **géométrique** indésirable, mais on indiquera la méthode permettant d'y parvenir.*

Bouclage cinématique :

$$\{V_{8n/4n}\} + \{V_{4n/1n}\} + \{V_{1n/10n}\} + \{V_{10n/8n}\} = \{0\}$$

Avec : $\{V_{8n/4n}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\psi}_n.\overrightarrow{X_{4n}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{An}$ $\quad \{V_{1n/4n}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_n.\overrightarrow{X_{4n}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{On} = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_n.\overrightarrow{X_{4n}} \\ -c.\dot{\alpha}_n.\overrightarrow{Y_{4n}} \end{Bmatrix}_{An}$

$\{V_{1n/10n}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\gamma}_n.\overrightarrow{X_{4n}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{Bn} = \begin{Bmatrix} \dot{\gamma}_n.\overrightarrow{X_{4n}} \\ -y.\dot{\gamma}_n.\overrightarrow{Z_{8n}} \end{Bmatrix}_{An}$ $\quad \{V_{10n/8n}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{y}.\overrightarrow{y_{8n}} \end{Bmatrix}_{en\ tout\ point}$

Soit : $\begin{Bmatrix} \dot{\psi}_n.\overrightarrow{X_{4n}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{An} + \begin{Bmatrix} -\dot{\alpha}_n.\overrightarrow{X_{4n}} \\ c.\dot{\alpha}_n.\overrightarrow{Y_{4n}} \end{Bmatrix}_{An} + \begin{Bmatrix} \dot{\gamma}_n.\overrightarrow{X_{4n}} \\ -y.\dot{\gamma}_n.\overrightarrow{Z_{8n}} \end{Bmatrix}_{An} + \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{y}.\overrightarrow{y_{8n}} \end{Bmatrix}_{An} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

L'équation sur les vecteur vitesse est $c.\dot{\alpha}_n.\overrightarrow{y_{4n}} - y.\dot{\gamma}_n.\overrightarrow{z_{8n}} + \dot{y}.\overrightarrow{y_{8n}} = \vec{0}$ *et fait apparaitre l'inconnue **cinématique** indésirable* $\dot{\gamma}_n$*. On l'élimine en projetant l'équation sur la direction* $\overrightarrow{y_{8n}}$*. L'équation devient alors :* $c.\dot{\alpha}_n.\cos\psi + \dot{y} = 0$ *. On obtient la relation demandée.*

*On remarquera la présence de l'inconnue **géométrique** indésirable* ψ *qui pourrait être éliminée au moyen d'une équation du type* $\psi = f(y)$ *ou* $\psi = f(\alpha_n)$*suivant que le paramètre pilote est y ou* α_n*. Dans le contexte de l'exercice, le paramète pilote est l'angle* α_n*.*

2 Laveuse autoportée

Q1.

- Condition de roulement sans glissement en I_g : $\overrightarrow{V_{I_g \in R_g/R_0}} = \vec{0}$

$\overrightarrow{V_{O_L \in R_L/R_0}} = \overrightarrow{V_{O_g \in R_L/R_0}} + \overrightarrow{O_L O_g} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R_L/R_0}} = \overrightarrow{V_{O_g \in R_L/R_g}} + \overrightarrow{V_{O_g \in R_g/R_0}} + \overrightarrow{O_L O_g} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R_L/R_0}}$

Or $\overrightarrow{V_{O_g \in R_L/R_g}} = \vec{0}$ car O_g est sur l'axe de la liaison pivot entre la roue arrière gauche et le châssis

Et $\overrightarrow{V_{O_g \in R_g/R_0}} = \overrightarrow{V_{I_g \in R_g/R_0}} + \overrightarrow{O_g I_g} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R_g/R_0}} = \vec{0} - r\overrightarrow{z_L} \wedge \left(\overrightarrow{\Omega_{R_g/R_L}} + \overrightarrow{\Omega_{R_L/R_0}}\right) = -r\omega_g \overrightarrow{y_L}$

Donc $\overrightarrow{V_{O_L \in R_L/R_0}} = -r\omega_g \overrightarrow{y_L} - \frac{e}{2}\overrightarrow{x_L} \wedge \dot{\alpha}\overrightarrow{z_0} = -r\omega_g \overrightarrow{y_L} + \frac{e}{2}\dot{\alpha}\overrightarrow{y_L}$: $\overrightarrow{V_{O_L \in R_L/R_0}} = -\left(r\omega_g - \frac{e}{2}\dot{\alpha}\right)\overrightarrow{y_L}$

- Condition de roulement sans glissement en I_d : $\overrightarrow{V_{I_d \in R_d/R_0}} = \vec{0}$

$\overrightarrow{V_{O_L \in R_L/R_0}} = \overrightarrow{V_{O_d \in R_L/R_0}} + \overrightarrow{O_L O_d} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R_L/R_0}} = \overrightarrow{V_{O_d \in R_L/R_d}} + \overrightarrow{V_{O_d \in R_d/R_0}} + \overrightarrow{O_L O_d} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R_L/R_0}}$

Or $\overrightarrow{V_{O_d \in R_L/R_d}} = \vec{0}$ car O_d est sur l'axe de la liaison pivot entre la roue arrière droite et le châssis

Et $\overrightarrow{V_{O_d \in R_d/R_0}} = \overrightarrow{V_{I_d \in R_d/R_0}} + \overrightarrow{O_d I_d} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R_d/R_0}} = \vec{0} - r\overrightarrow{z_L} \wedge \left(\overrightarrow{\Omega_{R_d/R_L}} + \overrightarrow{\Omega_{R_L/R_0}}\right) = -r\omega_d \overrightarrow{y_L}$

Donc $\overrightarrow{V_{O_L \in R_L/R_0}} = -r\omega_d \overrightarrow{y_L} + \frac{e}{2}\overrightarrow{x_L} \wedge \dot{\alpha}\overrightarrow{z_0} = -r\omega_d \overrightarrow{y_L} - \frac{e}{2}\dot{\alpha}\overrightarrow{y_L}$: $\overrightarrow{V_{O_L \in R_L/R_0}} = -\left(r\omega_d + \frac{e}{2}\dot{\alpha}\right)\overrightarrow{y_L}$

- En fonction de ρ et $\dot{\alpha}$: $\overrightarrow{V_{O_L \in R_L/R_0}} = \overrightarrow{V_{O \in R_L/R_0}} + \overrightarrow{O_L O} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R_L/R_0}} = \vec{0} - \rho\overrightarrow{x_L} \wedge \dot{\alpha}\overrightarrow{z_0}$ donc $\overrightarrow{V_{O_L \in R_L/R_0}} = \rho\dot{\alpha}\overrightarrow{y_L}$

Q2.

$\overrightarrow{V_{O_L \in R_L/R_0}} = -\left(r\omega_g - \frac{e}{2}\dot{\alpha}\right)\overrightarrow{y_L}$ et $\overrightarrow{V_{O_L \in R_L/R_0}} = \rho\dot{\alpha}\overrightarrow{y_L}$ donc $-r\omega_g + \frac{e}{2}\dot{\alpha} = \rho\dot{\alpha}$: $\omega_g = -\left(\rho - \frac{e}{2}\right)\frac{\dot{\alpha}}{r}$

$\overrightarrow{V_{O_L \in R_L/R_0}} = \rho\dot{\alpha}\overrightarrow{y_L} = V\overrightarrow{y_L}$ donc $\dot{\alpha} = \frac{V}{\rho}$ d'où : $\omega_g = -\left(\rho - \frac{e}{2}\right)\frac{V}{r\rho}$

De la même manière, $\omega_d = -\left(\rho + \frac{e}{2}\right)\frac{V}{r\rho}$