

Cours 1.3 – La démarche de l'ingénieur

Avant de fabriquer un système industriel, on cherche à prévoir son comportement pour s'assurer qu'il fonctionnera comme voulu.

On utilise pour cela des modèles permettant la réalisation de simulations.

I – Modélisation

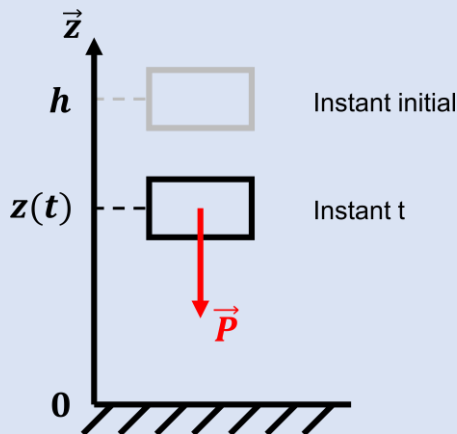
La **modélisation** est la démarche qui consiste à associer un modèle à un système (ou à un phénomène physique).

Un **modèle** est une description simplifiée du réel (d'un système ou d'un phénomène physique), destinée à en représenter un des aspects. Il est donc basé sur des hypothèses simplificatrices.

1) Deux types de modèles

- Le **modèle analytique** : il est décrit par une ou des équations mathématiques.

Exemple : l'application de la 2nd loi de Newton à un solide en chute libre permet de prévoir sa vitesse d'impact au sol



Un solide, de masse m , est lâché d'une hauteur h sans vitesse initiale.

2nd loi de Newton : $\sum F = m \cdot a(t)$

où $a(t)$ est l'accélération subie par le solide.

On considère dans un premier temps que le solide n'est soumis qu'à son propre poids (on néglige tout le reste).

La 2nd loi de Newton devient :

$$-m \cdot g = m \cdot a(t) \Leftrightarrow a(t) = -g$$

- On primitive ce résultat pour obtenir la vitesse : $v(t) = -g \cdot t + cte$
 - On identifie la constante grâce à la condition initiale (vitesse nulle) :
 $v(0) = -g \times 0 + cte = 0$ donc la constante est nulle : $v(t) = -g \cdot t$
- On primitive encore pour obtenir la position : $z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + cte$
 - On identifie la constante grâce à la condition initiale (hauteur h) :
 $z(0) = -\frac{1}{2} \cdot g \times 0^2 + cte = h$ donc : $z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + h$

A l'impact, l'objet est au sol donc : $z(t_{\text{impact}}) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\text{impact}}^2 = h \Leftrightarrow t_{\text{impact}} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$

D'où la vitesse à l'impact : $v_{\text{impact}} = v(t_{\text{impact}}) = -g \cdot t_{\text{impact}} = -g \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = -\sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

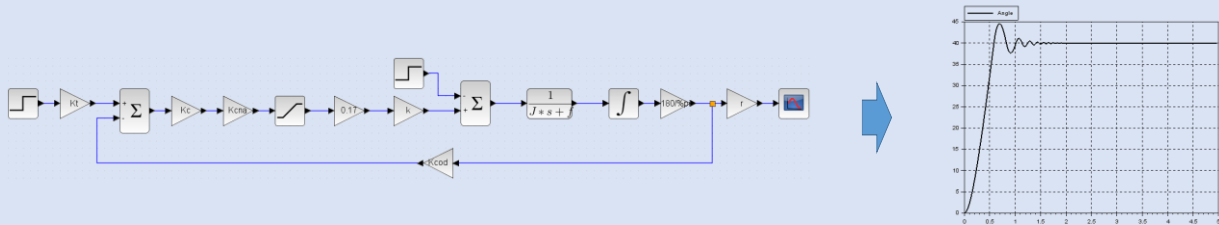


$v_{\text{impact}} = -\sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ est un **modèle analytique**.

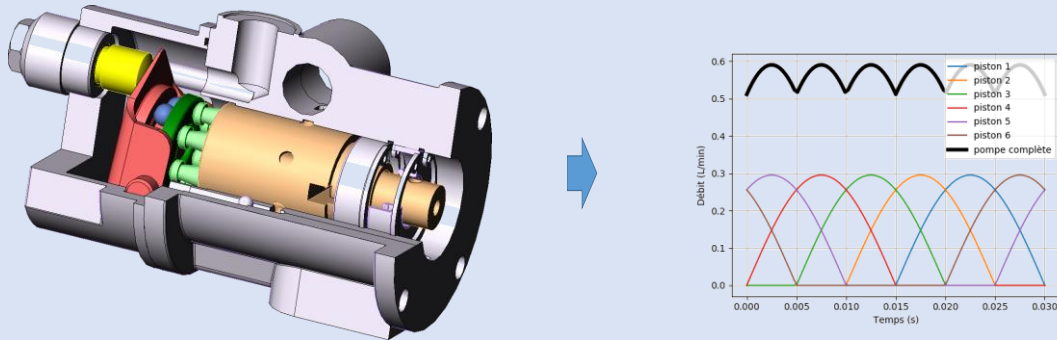
Comme tous les modèles il est imparfait car basé sur des hypothèses simplificatrices (ici nous avons négligé les frottements de l'air, l'aérodynamique, la variation de la valeur de g en fonction de l'altitude, ...)

- **Le modèle numérique** : il fait intervenir des calculs plus complexes et nécessite donc la réalisation d'approximations dans la résolution (lors des calculs). Ces calculs sont donc généralement réalisés à l'aide d'un outil informatique.

Exemple : Simulation du comportement d'un système automatisé grâce à l'application Xcos du logiciel Scilab (TP du Cycle 2)

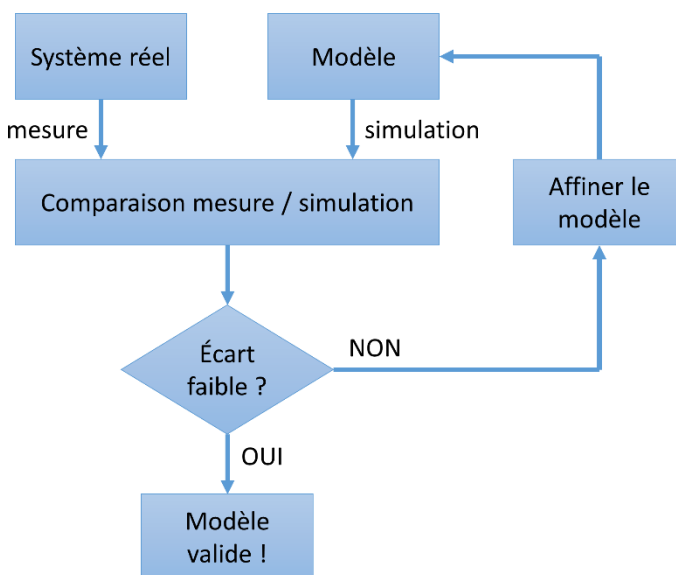


Exemple : Simulation du comportement cinématique d'un mécanisme grâce au logiciel SolidWorks (TP du Cycle 4)



2) La démarche de modélisation

Un modèle est généralement construit en suivant le processus suivant :



- On compare ce que prévoit le modèle (résultat de simulation) à ce que fait vraiment le système (mesure).
 - Si les deux résultats sont proches, on dit que le modèle est valide (on peut avoir confiance en lui).
 - Sinon, il faut affiner / corriger le modèle.
- Lorsqu'il est valide, on peut faire varier (raisonnablement) un paramètre du modèle pour prévoir le comportement du système dans une situation nouvelle ou pour tester une modification du système.

II – Evaluer des écarts

Dans le cadre d'une démarche d'ingénieur, on est amené à évaluer trois écarts importants :

1. **Performance mesurée / attendue** : cet écart permet de vérifier que le système respecte une exigence annoncée par le CdCF.
2. **Performance mesurée / simulée** : cet écart permet de vérifier la validité d'un modèle.
3. **Performance simulée / attendue** : cet écart permet de prévoir le respect d'une exigence sans mettre en œuvre le système réel mais seulement son modèle.

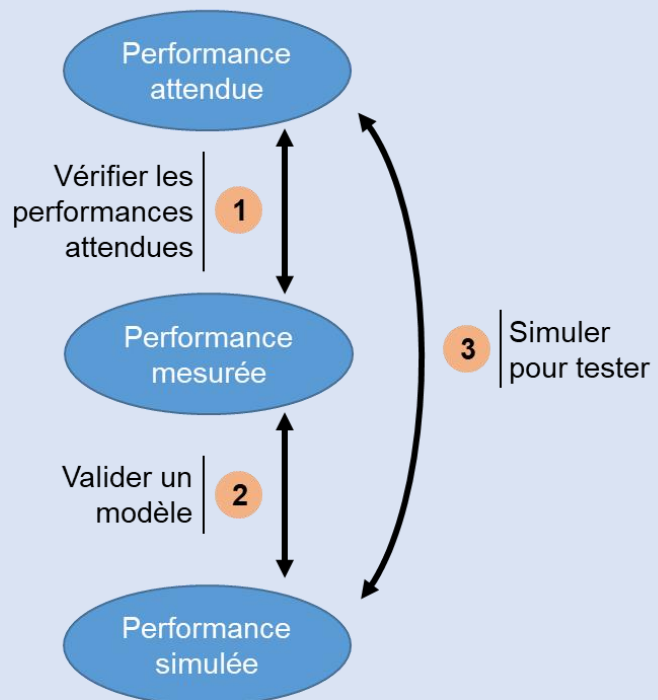
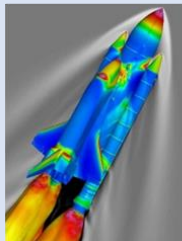
Cahier des charges



Système réel



Modèle



Remarques importantes

- Un écart doit obligatoirement être exprimé dans une unité adaptée à la grandeur physique observée ! On parle **d'écart absolu**.
- Un écart pourra, si nécessaire, être exprimé en pourcentage afin de mieux juger de son importance. On parle **d'écart relatif**.

Exemple

La puissance d'un moteur de voiture prévue par son CdCF est de **70 000 W**.

On mesure expérimentalement sa puissance réelle, on obtient **68 600 W**.

⇒ L'écart est de **1400 W** soit **2%** de la puissance prévue.



Complément de cours, premiers calculs ♥

Il sera très important de bien maîtriser les calculs de position, vitesse et accélération. Pour y parvenir, vous avez certainement en tête des relations du type :



$$v = \frac{x}{t} \Leftrightarrow x = v \cdot t \quad \text{où } v \text{ serait la vitesse, } x \text{ la position et } t \text{ le temps.}$$

Vous devrez désormais savoir que cette relation ne donne en aucun cas la vitesse instantanée, mais seulement la vitesse moyenne. On doit donc en fait écrire : $v_{\text{moy}} = \frac{x}{t}$



La relation donnant l'accélération $a = \frac{v}{t}$ pose exactement les mêmes problèmes.

Ces relations ne sont donc d'aucun secours lorsque la vitesse étudiée (ou l'accélération) n'est pas constante, ce qui correspond à l'immense majorité des cas réels !

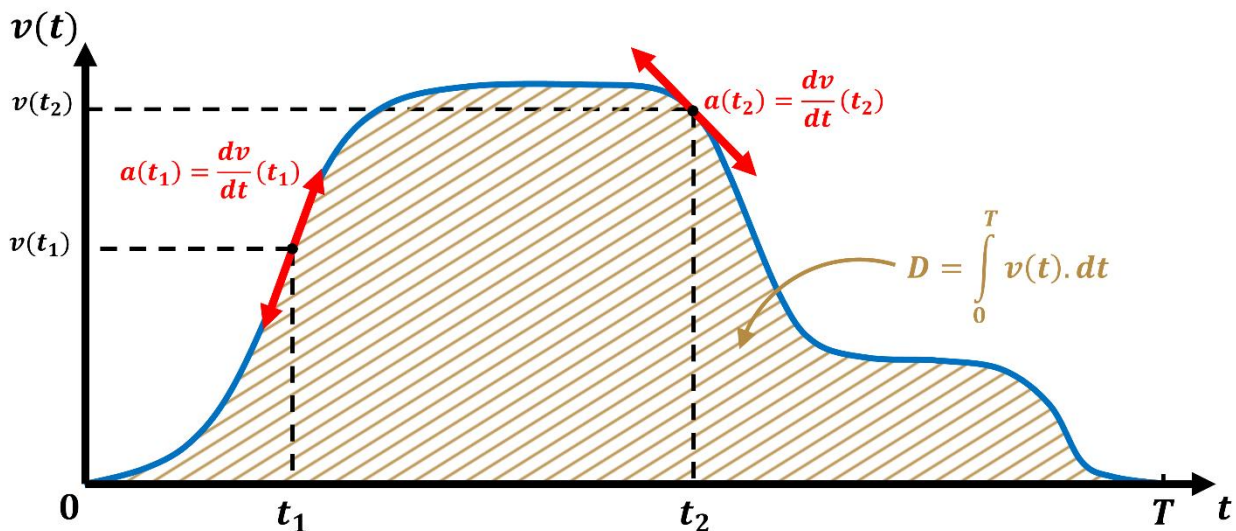
Le passage par le calcul de la position à la vitesse, puis à l'accélération se fait grâce à un simple calcul de **dérivée** :

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad \text{et} \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

Ces relations sont valables en toutes circonstances. À l'inverse, le passage de l'accélération à la vitesse, puis à la position peut se faire par un calcul de **primitive**.



Imaginons que l'évolution de la vitesse de l'objet étudié est représentée par la courbe suivante :



A partir d'une telle courbe de vitesse :

- On obtient l'accélération à un instant donné par un calcul de **dérivée** : $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$
 - Graphiquement, cela se rapporte à l'observation de **la pente** (le coefficient directeur) de la tangente à la courbe de vitesse à cet instant.
- On obtient la position atteinte à un instant donné par un calcul de primitive : $x(t) = \int v(t) . dt$
- On obtient la distance parcourue entre deux instants en comparant les positions correspondantes. Par exemple, la distance totale parcourue ici (entre les instants 0 et T) est $D = x(T) - x(0)$ ce qui correspond finalement à un calcul d'intégrale :

$$D = \int_0^T v(t) . dt$$

 - Graphiquement, cela se rapporte à l'observation de **l'aire sous la courbe** de vitesse entre les deux instants considérés.

