

Programme de colle de la semaine 1

du Lundi 23 au 27 Septembre.

Questions de cours numéro 1.

- > Qu'est ce qu'un produit? Démontrer que 0 est absorbant.
- > Donner la définition et les propriétés de \sqrt{a} .
Démontrer que $\forall a, b \geq 0, \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- > Traduire avec des quantificateurs,.... les énoncés suivants
 - La fonction f est positive sur $[a, b]$
 - La fonction f s'annule sur $[a, b]$.
 - La fonction f est croissante sur $[a, b]$.
 - La fonction f n'est pas croissante sur $[a, b]$.
- > Énoncer le thm de Pythagore (Voir chap 3 exo 1)
Écrire la réciproque, la contraposée et la négation du théorème.

Questions de cours numéro 2.

Définition, propriétés et graphe d'une des 3 fonctions : sinh, cosh, tanh

Questions de (presque) cours numéro 3. Un des gros calculs suivants

- > Calcul 1. On considère les fonctions f et g définie par

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{et} \quad g(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, [g \circ f](x) \stackrel{def}{=} g(f(x)) = x$.

- > Calcul 2. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \binom{2n}{n} \frac{\sqrt{n}}{2^{2n}}$

Déterminer le signe $u_{n+1} - u_n$, (On simplifiera, CàD Def, Facteur, Fraction, Bô, Quantité conjuguée)

- > Calcul 3. On admet les informations suivantes : $[h]^{(n)}$ désigne la dérivée n-ième de la fonction h , CàD la dérivée de la dérivée de la dérivée de la

Ainsi on a $[h]^{(n+1)} = [h^{(n)}]'$

Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x > 0, [\sqrt{x}]^{(n)} = (-1)^{n-1} \frac{(2n-2)!}{(n-1)! 2^{2n-1} x^{n-1} \sqrt{x}}$

- > Calcul 4. On considère la suite (u_n) définie par $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{n!}{\left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{n}}$.

Simplifier $\frac{u_{n+1}}{u_n}$, En déduire que : $\ln\left(\frac{u_{n+1}}{u_n}\right) = 1 - \left(n + \frac{1}{2}\right) \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

- > Calcul 5. Soit $n \in \mathbb{N}$. On note $a = \frac{2^{2^n}}{2^{2^n} - 1}$. Calculer $b = \frac{a^2}{2a - 1}$

Exercices.

Des exercices sur les inégalités, étude de fonction,...