Programme de colle de la semaine 2

du Lundi 30 Septembre au vendredi 4 Octobre.

Questions de cours.

> Factorisation "classique" Soit $a, b \in \mathbb{C}$.

Expliquer pourquoi dans $a^n - b^n$, on peut factoriser $(a-b)$?

Écrire la factorisation, CàD $a^n - b^n = (a-b)\sum \text{\textvisiblespace}$

Démontrer la formule avec la formule des sommes Géo.

> Factorisation "classique" Soit $a, b \in \mathbb{C}$.

Expliquer pourquoi dans $a^n - b^n$, on peut factoriser $(a-b)$?

Écrire la factorisation, CàD $a^n - b^n = (a-b)\sum \text{\textvisiblespace}$

Démontrer la formule, CàD Calculer (télescopage avec la clef) $(a-b)\sum \text{\textvisiblespace}$

> Binôme

Soit $n \in \mathbb{N}$ et $x \in \mathbb{R}$. Démontrer la formule du binôme, CàD $(1+x)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k$

> Binôme suite

À l'aide la formule du binôme ci-dessus démontrer que : $\forall\, n \in \mathbb{N},\ \forall\, a, \in \mathbb{C},\ (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k\, b^{n-k}$

> Soit $\theta \in \mathbb{R}$. Considère $A = 1 - e^{i\theta}$.

> Mettre le complexe A sous la forme $r\, e^{i\square}$.

> En déduire : $\mathrm{Re}(A)$, $\mathrm{Im}(A)$, $|A|$ et $\arg(A)$

> On sait que : $\forall \theta \in \mathbb{R},\ \sin(\theta) = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

Montrer que : $\forall\, x \in \mathbb{R},\ \sin^3(x) = \left(\dfrac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}\right)^3 = \dfrac{3\sin(x) - \sin(3x)}{4}$

> On sait que : $\cos(3\theta) = \mathrm{Re}\left(e^{i3\theta}\right) = \mathrm{Re}\left[\left(e^{i\theta}\right)^3\right] = \mathrm{Re}\left[\left(\cos(\theta) + i\sin(\theta)\right)^3\right]$

Calculer, avec la formule du binôme, $\mathrm{Re}\left[\left(\cos(\theta) + i\sin(\theta)\right)^3\right]$

Exercices.

Des majoration/minoration/encadrement de somme et/ou les nombre complexes **(Pas de racine n-ième)**