Programme de colle de la semaine 4

du Lundi 14 Octobre au vendredi 18 Octobre.

Questions de cours.

> Suite récurrente linéaire d'ordre 2 à coefficients constants réels

Définition de : La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite Arithmético-géométrique.
Calcul du nombre u_n (Démonstration).
Discussion de la nature de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, CàD converge, diverge, chaotique.

> Polynôme de Chebychev.

Montrer que : $\forall\, n \in \mathbb{N}, \forall\ et\ \theta \in \mathbb{R},\ \cos(n\theta)$ =polynôme en $C = \cos(\theta)$
Indication / Rappel : $\cos(n\theta) = Re\left(e^{in\theta}\right)$

> Somme de trigo. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On considère le complexe $\omega = e^{i\frac{2\pi}{n}}$

Soit $k \in \{0,1,..,n-1\}$. Justifier que : $\left|\omega^k - 1\right| = 2\sin\left(\dfrac{k\pi}{n}\right)$.

En déduire que : $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n}\left|\omega^k - 1\right| = \dfrac{2\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$ *Rappel :* $\sin\square = Im\left(e^{i\square}\right)$

> Tangente

Définition et principales propriétés de la fonction tangente.
Dérivée de tan
Calcul de $\tan(a+b)$. En déduire $\tan(a-b)$ et $\tan(2x)$.

> Trigo et changement de variable. On pose $u = \tan\left({}^{t}/_{2}\right)$

Montrer que : $dx = \dfrac{2}{1+u^2}du$, $\tan(x) = \dfrac{2u}{1-u^2}$, $\cos(x) = \dfrac{1-u^2}{1+u^2}$ et $\sin(x) = \dfrac{2u}{1+u^2}$

> Arc-Tangente.

Définition et propriétés du nombre $\arctan(a)$ et de la fonction arctan : $x \longmapsto \arctan(x)$.
Démonstration de la fonction Arc-tangente est impaire et de $\forall\, x \in \mathbb{R},\ \arctan'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$.

> Tangente et ArcTangente.

Calculer $\tan(x+y+z)$ en fonction de $\tan(x)$, $\tan(y)$ et $\tan(z)$
En déduire que $A = \arctan(1) + \arctan(2) + \arctan(3)$ est solution de l'équation $\tan(X) = 0$
Justifier que : $A = \pi$

> Pour public averti.

Domaine de définition et valeur de : $\tan\left(\arccos(x)\right)$.

Domaine de définition et valeur de : $\sin\left(\arctan(x)\right)$.

Exercices.

Des exercices avec de la trigo et des arc-trigo.