Programme de colle de la semaine 5

du Lundi 04 Novembre au vendredi 08 Novembre.

Questions de cours.

> Un fonction bien sympa. On étudie la fonction $f : x \longmapsto \arcsin\Big(\sin(x)\Big)$

Justifier que la fonction f est bien définie sur $\mathbb{R}$.

Justifier que la fonction f est 2π-périodique. *Ainsi on l'étudie sur $I = [0, 2\pi]$*

Justifier que que f est dérivable sur $\mathscr{D}' = [0, {}^{\pi}/_{2}\,[\cup]\,{}^{\pi}/_{2}\,, {}^{3\pi}/_{2}\,[\cup]\,{}^{3\pi}/_{2}\,, 2\pi]$. *Ceci n'a pas été fait en classe donc indulgence*

Calculer et simplifier f' sur chacun des intervalle de $\mathscr{D}'$.

En déduire la valeur de f sur $\mathscr{D}'$ et faire le graphe de f.

> Arc-Cosinus. Faire le graphe de Arc-Cosinus en détaillant et expliquant,

CàD $\mathscr{D}$, $\mathscr{D}'$, Tableaux de variation, valeurs aux bornes, le point d'appui $x = 0$ et enfin le graphe.

> Équation. Résoudre l'équation $\tan(X) = -1$

Application

Montrer que $A = \arctan(2) + \arctan(3)$ est solution de l'équation $\tan(X) = -1$

Justifier que : $A = \dfrac{3.\pi}{2}$.

> À connaître. Soit $x \in \mathbb{R}^*$. Simplifier : $\arctan(x) + \arctan\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

> Suite récurrente linéaire d'ordre 2 à coefficients constants réels

Mettre le complexe $-1 + i\sqrt{3}$ sous forme circulaire.

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 1492,\ u_1 = 2024$ et $\forall\ n \in \mathbb{N}\ \ u_{n+2} = -2\,u_{n+1} - 4\,u_n$

Calculer le nombre u_n en fonction de n.

> Dérivée n-ième de Cosinus. Le but est de montrer que : $\forall\ n \in \mathbb{N},\ \forall\ x \in \mathbb{R},\ \cos^{(n)}(x) = \cos\left(x + n\dfrac{\pi}{2}\right)$

Le faire par récurrence.

Bonus, non fait en classe Démontrer la formule en dérivant n fois l'égalité : $\cos(x) + i\sin(x) = e^{i\,x}$

> Primitive. Déterminer une primitive de $\cos^3(x)$.

> Calcul. On considère la suite (u_n) définie par $\forall\ n \in \mathbb{N},\ \ u_n = \dfrac{n!}{\left(\dfrac{n}{e}\right)^n \sqrt{n}}$.

Simplifier $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$, En déduire que : $\ln\left(\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\right) = 1 - \left(n + \dfrac{1}{2}\right)\ln\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)$

Exercices.

Des exercices de révision : Inégalités, Somme, Intégration,... la vie des maths