Programme de colle de la semaine 8

du Lundi 25 Novembre au Vendredi 29 Novembre.

Questions de cours et autour du cours.

> Relation et classe d'équivalence.

Définition relation d'équivalence et de classe d'équivalence.

Démonstration de : Si $x \in \mathscr{C}\ell(a)$ alors $\mathscr{C}\ell(x) = \mathscr{C}\ell(a)$.

Démonstration de : les classes d'équivalence sont disjointes ou confondues.

> Relation d'ordre.

Définition relation d'ordre.

Définition de : Majorant de A, $\max(A)$ et $\sup(A)$.

Démonstration de : Si $\sup(A)$ existe alors $\sup(A)$ est unique.

> $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Démonstration de $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ en utilisant l'unicité de la factorisation en produit de nombre premier.

> Développement décimal.

On suppose que $x = 3.14\underbrace{159}\ldots\ldots$ Montrer que $x \in \mathbb{Q}$.

Montrer que : $x \in \mathbb{Q}$ alors le développement décimale de devient périodique.

> Valeur Absolue.

Définition et Propriétés de $|x|$.

Montrer que dans $\mathbb{R}$: Majoré et minoré $\iff$ Borné

Démonstration de : $\max(a,b) = \dfrac{a+b+|a-b|}{2}$

> Partie entière

Définition de $\lfloor x \rfloor$

Montrer que : $4n+1 \leqslant \left(\sqrt{n}+\sqrt{n+1}\right)^2 \leqslant 4n+2$. En déduire $\left\lfloor \left(\sqrt{n}+\sqrt{n+1}\right)^2 \right\rfloor$

On fait la division euclidienne de a par b. Définition de q, le quotient et r, le reste.

Démonstration de : $r = \lfloor {}^{a}/_{b} \rfloor$

> Partie entière.

Définition et Propriétés de $\lfloor x \rfloor$, la partie entière de x.

Démonstration de :

> Le nombre de chiffre de n dans l'écriture, est égale à $p = \left\lfloor \dfrac{\ln(n)}{\ln(10)} \right\rfloor + 1$.

> Justifier qu'alors le coef devant 10^{p-1} vaut $\left\lfloor \dfrac{n}{10^{p-1}} \right\rfloor$

> Autour ds le sup

Définition du sup d'un ensemble.

Comment traduire la notion "optimal" dans la vraie vie.

Application : Définition et propriétés de $\|f\|_\infty$

> Bonus Difficile mais en fait si simple.

Soit $k, n \in \mathbb{N}^*$. On suppose que : $\dfrac{(k-1)k}{2} \leqslant n < \dfrac{k(k+1)}{2}$

Montrer que : $k = \left\lfloor \dfrac{1+\sqrt{8n-7}}{2} \right\rfloor$

Exercices.

J'ai toujours pas commencé les suites mais tant pis : Des suites $u_{n+1} = f(u_n)$