Programme de colle de la semaine 11

du Lundi 16 Décembre au Vendredi 20 Décembre.

Questions de cours et autour du cours.

> Soit P, Q deux polynômes $\neq \mathscr{O}$

Montrer que : $\deg(P.Q) = \deg(P) + \deg(Q)$ et que $\deg(P \circ Q) = \deg(P).\deg(Q)$

> Leibniz.

Démonstration de la formule de Leibniz.

> Dérivé des Monômes.

Soit $k, n \in \mathbb{N}$ avec $0 \leqslant k \leqslant n$. Calcul direct et avec l'astuce de $\left[X^n\right]^{(k)}$.

En déduire $\left[(X+1)^n\right]^{(k)}$ et $\left[(X-1)^n\right]^{(n-k)}$

Application : En utilisant Leibniz, montrer que : $\dfrac{1}{n!}\left[(X+1)^n(X-1)^n\right]^{(n)} = \displaystyle\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}^2 (X+1)^{n-k}(X-1)^k$

> Révision dérivée.

Montrer que : pour tout $n \in \mathbb{N}$, il existe un polynôme P_n tel que $\forall x \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$, $\left[\dfrac{1}{\cos(x)}\right]^{(n)} = \dfrac{P_n\left(\sin(x)\right)}{\left(\cos(x)\right)^{n+1}}$

> CL

Est ce que : $(7,8,9)$ est CL de $(0,1,2)$ et de $(1,2,3)$?

Est ce que : $(7,8,9)$ est CL de $(1,2,3)$ et de $(2,3,4)$?

> Vect et CL.

On suppose que $\vec{a} = 2\vec{b} - 3\vec{c}$. Démontrer que $vect\left(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right) = vect\left(\vec{b}, \vec{c}\right)$

> L'optimalité, c'est bon.

On considère les complexes $r = 2+3i$ et $r' = \overline{r} = 2-3i$

et les fonctions $f_1 : t \longmapsto e^{rt}$, $f_2 : t \longmapsto e^{r't}$, $g_1 : t \longmapsto \cos(3t)e^{2t}$ et $g_2 : t \longmapsto \sin(3t)e^{2t}$

et les ssev $F = vect\left(f_1, f_2\right)$ et $G = vect\left(g_1, g_2\right)$

Montrer (en utilisant l'optimalité du vect) que $F = G$.

> Espace vectoriel engendré. On note H l'ensemble des solutions de l'équation différentielles : $y'' + y' + y = 0$

Décrire les élément de H

Montrer que H est un ssev et déterminer une famille génératrice de H (bonus et que $dim(H) = 2$)

Exercices.

Des exercices des polynômes MAIS pas racine, Pas de rigidité des poly. Le dernier TD est bien.

OU Des exos sur les ssev et/ou familles génératrices.

Je commence Lundi la season 2 d'algèbre linéaire, CàD libre, base, ... dimension

Correction.