Nom Lundi 10 Mars.

Exo 1. Définition de la série $\sum u_n$ converge.
Démontrer que : Lorsque la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ne converge pas vers 0, alors la série $\sum u_n$ diverge.

Exo 2. On considère $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}}$

En utilisant la série télescopique, montrer que la suite $\left(S_n - 2\sqrt{n}\right)$ converge

En déduire le développement, quand $n \to \infty$, avec 2 termes de $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}}$

Exo 3. Définition de : La série est alternée.
Énoncé et Démonstration du critère spéciale des séries alternées

Nom Lundi 10 Mars.

Exo 1. Définition de la série $\sum u_n$ converge

Montrer que la série $\sum q^n$ Ssi $q \in]-1,1[$ et calcul de $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$.

Exo 2. Absolument convergente ou A-cv.

Définition de : La série $\sum a_n$ est A-cv.

Propriétés de $a_n^+ = \max(a_n, 0)$ et $a_n^+ = \max(-a_n, 0) = -\min(a_n, 0)$

Démonstration : Si la série $\sum a_n$ est A-cv alors la série $\sum a_n$ converge.

Exo 3. On considère la série : $\sum_{n\geqslant 1} \cos\left(\pi\sqrt{n^2+n+1}\right)$.

1. Prouver que, au voisinage de $+\infty$, $\pi\sqrt{n^2+n+1} = n\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\frac{\pi}{n} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{n^2}\right)$ où α est un réel que l'on déterminera.
2. En déduire que la série $\sum_{n\geqslant 1} \cos\left(\pi\sqrt{n^2+n+1}\right)$ converge.
3. $\sum_{n\geqslant 1} \cos\left(\pi\sqrt{n^2+n+1}\right)$ converge-t-elle absolument ?

Nom Lundi 10 Mars.

Exo 1. Définition de la série $\sum u_n$ converge.
Démontrer que : Lorsque la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ne converge pas vers 0, alors la série $\sum u_n$ diverge.

Exo 2. Montrer que la fonction $f : t \longmapsto \dfrac{\ln(t)}{t}$ est décroissante sur $[3, +\infty[$
En déduire, à l'aide d'une comparaison Série/Intégrale, que la série $\sum \dfrac{\ln(n)}{n}$ diverge.

Exo 3. Définition de : La série est alternée.
Énoncé et Démonstration du critère spéciale des séries alternées