Nom Lundi 17 Mars.

Exo 1. Définition de

La fonction f est croissante au voisinage de 1^-.

La fonction f tend vers $-\infty$ quand x tend vers a.

La fonction f tend vers ℓ quand x tend vers $-\infty$.

Exo 2. Montrer les inégalités suivantes

E1. Montrer que : il existe $\eta > 0$ tel que $\forall x \in \left]-\eta, \eta\right[, \ |\sin(x)| \leqslant 2|x|$

E2. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, \ |\sin(x)| \leqslant |x|$

E3. Montrer que : il existe M et $\eta > 0$ tel que $\forall x \in \left]0, \eta\right[, \ \sin(x) \leqslant M x$

Exo 3. On va montrer que $n^2 \underset{n \to \infty}{=} o\left(2^n\right)$

Montrer la suite $Q_n = \dfrac{n^2}{2^n}$ est décroissante (à partir d'un certain rang)

De plus elle est positive, ainsi elle converge vers $\ell \geqslant 0$

Montrer qu'il existe N_0 tel que $\forall n \geqslant N_0, \ Q_{n+1} \leqslant \dfrac{3}{4} Q_n$. En déduire avec un RA que $\ell = 0$

Nom Lundi 17 Mars.

Exo 1. Définition de

La fonction f est croissante au voisinage de $-\infty$.

La fonction f tend vers $-\infty$ quand x tend vers 0^+.

La fonction f tend vers ℓ quand 0^+ tend vers $-\infty$.

Exo 2. Montrer les inégalités suivantes

E1. Montrer que : il existe $\eta > 0$ tel que $\forall x \in \left]-\eta, \eta\right[$, $|\sin(x)| \leqslant 2|x|$

E2. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $|\sin(x)| \leqslant |x|$

E3. Montrer que : il existe M et $\eta > 0$ tel que $\forall x \in \left]0, \eta\right[$, $\sin(x) \leqslant M x$

Exo 3. On va démontrer la FI classique : Pour tout $a > 0$, $x^a \ln(x) \xrightarrow[x \to 0]{} 0$

Pour tout $a > 0$. On considère la fonction f_a définie sur $]0, +\infty[$ par $f_a(x) = x^a \ln(x)$

Montrer que la fonction f_a est décroissante au voisinage de 0^+.

En déduire que la fonction f_a admet une limite $\ell_a \leqslant 0$ quand $x \to 0^+$.

Déterminer une relation entre f_a et $f_{a/2}$. En déduire que $\ell_a = 0$.

Nom Lundi 17 Mars.

Exo 1. Définition de

La fonction f est croissante au voisinage de 0^+.

La fonction f tend vers $(-2)^-$ quand x tend vers $-\infty$.

La fonction f tend vers $-\infty$ quand x tend vers $(-2)^-$.

Exo 2. Montrer les inégalités suivantes

E1. Montrer que : il existe $\eta > 0$ tel que $\forall\, x \in \left]-\eta, \eta\right[$, $|\sin(x)| \leqslant 2|x|$

E2. Montrer que : $\forall\, x \in \mathbb{R}$, $|\sin(x)| \leqslant |x|$

E3. Montrer que : il existe M et $\eta > 0$ tel que $\forall\, x \in \left]0, \eta\right[$, $\sin(x) \leqslant M\,x$

Exo 3. On considère $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}}$

En utilisant la série télescopique, montrer que la suite $\left(S_n - 2\sqrt{n}\right)$ converge

En déduire le développement, quand $n \to \infty$, avec 2 termes de $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}}$

Nom : Baptiste, Baracand (?) , Chassaing, Nivet Lundi 17 Mars.

Exo 1.

Démontrer que $\mathbb{Q}$ est dense dans $\mathbb{R}$

Exo 2.

Soit $\mathscr{A}$ un sous-ensemble de $\mathbb{R}$. Comment on justifie que $\sup(\mathscr{A})$ existe.

On suppose que $\sup(\mathscr{A})$ existe. Démontrer que $M = \sup(\mathscr{A})$ est adhérent à $\mathscr{D}$

Exo 3. Soit f, g deux fonctions définie au voisinage a et continue en a

Démontrer que $f.g(x) \xrightarrow[x\to a]{} f.g(a)$.

`Lire et transposer la démonstration que j'ai fait avec les suites ou voir internet`