Nom Lundi 24 Mars.

Écrire les définitions de

> Écrire la définition de $\mathbb{Q}$ est dense dans $\mathbb{R}$.
> Écrire la définition de la fonction f est injective.
> Écrire la définition de la fonction est lipschitzienne.
> Énoncer le TAF, CàD le Théorème des Accroissements Finis.

Exo 1. On sait/admet que $\mathbb{Q}$ est dense dans $\mathbb{R}$.
Soient f et g deux fonctions continues de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

On suppose que : $\forall\, a \in \mathbb{Q},\ f(a) = g(a)$.

Montrer que $f(\pi) = g(\pi)$ puis plus généralement que $f = g$

Exo 2. Soit f une fonction continue sur I, un intervalle, et qui ne n'annule pas.
Montrer que, sur I, la fonction f est de signe constante sur I.

Exo 3.
Démontrer qu'une fonction strictement croissante est injective.
Énoncer le théorème de la bijection monotone avec la conclusion sur la résolution des équations.

Écrire les définitions de

> Écrire la définition de $\mathbb{Q}$ est dense dans $\mathbb{R}$.
> Écrire la définition de la fonction f est injective.
> Écrire la définition de la fonction est lipschitzienne.
> Énoncer le TAF, CàD le Théorème des Accroissements Finis.

Exo 1.

Démonstration de : Lipschitzienne $\Longrightarrow$ Continue.

Exo 2. Soit $n \in \mathbb{N}$ et $(a_1, a_2, .., a_n) \in [0,1]^n$.

Montrer qu'il existe $a \in [0,1]$ tel que $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} |a - a_k| = \frac{1}{2}$

Exo 3.

Montrer que la fonction $f : x \longmapsto \frac{\ln(\cos(x))}{x^2}$ se prolonge par continuité en 0.

En déduire que la fonction f est majorée/minorée sur $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

En déduire qu'il existe $a > 0$ tel que : $\forall x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$, $\cos(x) \leqslant e^{-ax^2}$

Nom : Baptiste, Baracand , Chassaing, Nivet,..... Lundi 24 Mars.

Exo 1.
Soit $A \subset \mathbb{R}$, un sous ensemble de $\mathbb{R}$ non vide et *non-majoré*. On convient alors que $\sup(A) = +\infty$

Montrer que $\sup(A) = +\infty$ est adhérent à A,

CàD il existe une suite (a_n) avec $\forall\, n \in \mathbb{N},\ a_n \in A$ et $a_n \xrightarrow[n\to\infty]{} +\infty$

Exo 2.
Justifier, avec un RA et et en utilisant la suite $u_n = {}^{1}/_{n}$,

que la fonction $f : x \longmapsto \sqrt{x}$ n'est pas lipschitzienne sur $\mathbb{R}_+$.

Exo 3. Soit f, g deux fonctions de $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$.
On suppose que f est bornée et g est continue.

1. Montrer que $f \circ g$ est bornée.
2. Montrer que $g \circ f$ est bornée.

Exo 4. Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$.
Donner la définition de I un intervalle de $\mathbb{R}$.

On suppose que $\sup(I) = 2 \in I$ et que $\inf(I) = 1 \notin I$.

Montrer, avec $\subset$ et $\supset$, que $I =]1, 2]$