

Programme de colle de la semaine 22

du Lundi 31 Mars au Vendredi 04 Avril.

Questions de cours et autour du cours.

> Dérivable Vs DL

Soit f une fonction définie au voisinage de a .

Montrer que : f est dérivable en a Ssi f admet un $DL_1(a)$.

> Prolongement \mathcal{C}^1

Énoncé le théorème de prolongement \mathcal{C}^1 .

Montrer que la fonction $x \mapsto x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ se prolonge en 0 par continuité, que le prolongement n'est pas \mathcal{C}^1 MAIS qu'elle est quand même dérivable en 0.

> Calcul de $f^{(n)}$.

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x > 0, [\sqrt{x}]^{(n)} = (-1)^{n-1} \frac{(2n-2)!}{(n-1)! 2^{2n-1} x^{n-1} \sqrt{x}}$

> Calcul de dérivée n-ième.

Décomposer en éléments simples puis calculer la dérivée n-ième de $\frac{1}{1-x^2}$

> Lien entre extremum et point critique.

Montrer que : Soient f et g deux fonctions \mathcal{C}^1 sur un intervalle I et $x_0 \in I$

$$\left. \begin{array}{l} f \leq g \text{ sur } I \\ f(x_0) = g(x_0) \\ x_0 \text{ n'est pas une borne de } I \end{array} \right\} \implies f'(x_0) = g'(x_0)$$

Illustrer et expliquer le résultat avec les fonction $f : t \mapsto f(t) = e^{-t} \sin(t)$ et $g : t \mapsto g(t) = e^{-t}$

> Accroissements finis.

Énoncer et démontrer le théorème des accroissements finis.

Pour la démonstration, on utilisera la fonction $h : x \mapsto f(x) - f(a) - K(x-a)$ où K est une constante choisir

Exercices

J'ai fini ou j'aurai fini tout le cours sur Rolle, TAF,....

Je sais que les exercices sont potentiellement difficiles; il faudra de l'ambition pour certain et aussi beaucoup de bienveillance.