Nom Lundi 07 Avril.

Écrire les définitions de

> Énoncer le théorème de division euclidienne.

> Définir la multiplicité d'une racine r dans le polynôme A

> Énoncer la formule de Taylor pour les polynômes en $x = r$.

Exo 1. Calculer le reste de la division euclidienne de X^n par $X^2 + 5X + 6$.
Application : Montrer que le polynôme $X^2 + 5X + 6$ annule la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$.
En déduire A^n

Exo 2. Soit A un polynôme et $r, r', r'' \in \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, deux à deux différends.
Montrer que r, r', r'' sont racines de A alors $(X - r)(X - r')(X - r'')$ se factorise dans A

Exo 3.
Montrer qu'un polynôme T-périodique est constant.

Exo 4.
Soit $r \in \mathbb{R}$. Déterminer une primitive de $\dfrac{1}{x-r}$, de $\dfrac{1}{(x-r)^2}$, de $\dfrac{1}{(x-r)^3}$ puis de $\dfrac{1}{1-x^2}$ sur $]-1, 1[$.

Nom : Baptiste, Baracand , Chassaing, Nivet,..... Lundi 07 Avril.

Exo 1. Soit f une fonction $\mathscr{C}^{\infty}$ vérifiant $f(a) = f(b) = 0$.

$$\text{Montrer que : } \forall\, x \in [a, b], \text{ il existe } c \in]a, b[\text{ tel que } f(x) = f''(c)\frac{(x-a)(x-b)}{2}$$

Indication : On pourra utiliser la fonction h définie par $h(t) = f(t) - K\frac{(t-a)(t-b)}{2}$ *où K est une constante à choisir*

Exo 2.

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Démontrer que : $\displaystyle\frac{1}{X^n - 1} \overset{\text{D.E.S}}{=} \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} \frac{\omega_k}{X - \omega_k}$ avec $\omega_k = \exp\left(ik\frac{2\pi}{n}\right)$.

Exo 3.

Montrer le TAF-IAF pour les fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}$

Exo 4.

Montrer le TAF-IAF pour les fonctions à valeurs dans $\mathbb{C}$ (beaucoup plus difficile que le précédent)