Nom Lundi 05 Mars.

Exo 1.

Définition de Hyperplan et de forme linéaire.

Montrer que le noyau d'une forme linéaire non-nulle est un hyperplan

Exo 2.

On suppose que les polynômes P et Q sont premiers entre eux.

En utilisant le théorème de Gauss, démontrer que si P et Q divisent un troisième polynôme R , alors il en est de même pour le polynôme PQ.

Exo 3. On note $div_{u,\mathbb{K}}(A)$ la liste des diviseurs unitaires du polynôme A dans $\mathbb{K}[X]$.

Factoriser X^4+1 dans $\mathbb{C}[X]$ puis dans $\mathbb{R}[X]$.

Application : Déterminer $div_{u,\mathbb{C}}(X^4+1)$, $div_{u,\mathbb{R}}(X^4+1)$ et $div_{u,\mathbb{Q}}(X^4+1)$

Le polynôme X^4+1 est-il irréductible?

Nom : Amorim, Baptiste, Baracan, Bonfils ?, Brimont, Carrel, Chassaing, Garcia, Kerlerou, Nivet, Plante, Provenchère, Tregoat, Tripier.

Lundi 05 Mars.

Exo 1. `On note` $div_{u,\mathbb{K}}(A)$ `la liste des diviseurs unitaires du polynôme` A `dans` $\mathbb{K}[X]$.

Factoriser X^4+1 dans $\mathbb{C}[X]$ puis dans $\mathbb{R}[X]$.

Application : Déterminer $div_{u,\mathbb{C}}(X^4+1)$, $div_{u,\mathbb{R}}(X^4+1)$ et $div_{u,\mathbb{Q}}(X^4+1)$

Le polynôme X^4+1 est-il irréductible ?

Exo 2.

Montrer que le noyau d'une forme linéaire non-nulle est un hyperplan.

Réciproquement : Soit H un hyperplan de E.

Montrer qu'il existe une forme linéaire φ tel que $H = \ker(\varphi)$

Exo 3.

Définition de "Polynôme scindé sur $\mathbb{K}$"

Énoncer et démontrer le théorème de suivi des multiplicités pour les polynômes

Avec Rolle et le suivi des multiplicités (les racines sont donc potentiellement multiples),

montrer que : Si $P \in \mathbb{R}[X]$ un polynôme scindé sur $\mathbb{R}$, alors P' est scindé sur $\mathbb{R}$.

(Plus difficile) Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ un polynôme scindé sur $\mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{R}$

Montrer que le polynôme $P' + aP$ est scindé sur $\mathbb{R}$.