

Programme de colle de la semaine 25

du Lundi 05 Mai au Vendredi 09 Mai.

Questions de cours.

> Autour du dictionnaire Les mots sont des listes de lettres, on ne se préoccupe pas d'un éventuel sens.

Combien le mot "ANANAS" a-t-il d'anagramme?

Et combien qui commence par la lettre s? Et combien qui commence par la lettre a?

Dans le dictionnaire, combien y a-t-il de mot 6 lettres avec exactement 2 voyelles et 4 consonnes.

> Domino

Combien y-a-t-il de domino?

On veut remplir une boîte de taille $2 \times n$ avec des dominos de taille 2×1 . On note a_n le nombre de manière de le faire.

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ puis calculer a_n

> Choisir p éléments parmi n disponibles.

On note $\binom{n}{p}$ le nombre de façon de choisir p objets parmi n disponibles.

Montrer que : $\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p} + \binom{n-1}{p-1}$

Énoncer et démontrer que la formule du capitaine

> Autour des parties. Soit E un ensemble avec n éléments.

> Montrer que ; $\text{card}(\mathcal{P}(E)) = 2^n$.

> Soit $A = \{(X, Y) \in (\mathcal{P}(E))^2 \text{ avec } X \subset Y\}$

Montrer que $\text{card}(A) = 3^n$

> Autour des fonctions Soit $E_{n,p}$ l'ensemble des fonctions de $\{1, 2, \dots, n\}$ dans $\{1, 2, \dots, p\}$

> Calculer $\text{card}(E_{n,p})$

> On suppose que $p = n$. Compter combien il existe de fonction bijective.

> On suppose que $p \geq n$. Compter combien il existe de fonction injective.

> On suppose que $p = n - 1$. Compter combien il existe de fonction surjective.

> Avec un grillage. On considère un grillage à maille carrée constitué de 10 barres verticales et 10 barres horizontales.

Combien y a-t-il d'intersection? (Réponse : il y a en a 100)

Combien y a-t-il de rectangle? (Réponse : il y a en a 2025)

Combien y a-t-il de carré? (Réponse : il y a en a 285)

On commencera par compter combien il y a de carré de taille 1 puis de taille 2 puis

> Un peu de Kulture ne peut pas nuire.

10 personnes trinquent : combien de tchin-tchin?

Combien de domino dans une boîte?

Plus difficile. Combien de triomino (on oublie l'orientation).

Loto historique, CàD une grille de 6 parmi 49

Combien de grille possible (facile)

On suppose que les 6 numéros gagnant sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13.

Combien de grille qui gagne avec exactement 3 bons numéros.

(difficile) Combien de grille avec pas de numéros voisins? (*il faut utiliser le principe d'éventail*)

Exercices

Des probabilités