Nom Lundi 15 Septembre.

Exo 1. En utilisant l'angle moitié, déterminer $\mathrm{Re}\left(\dfrac{1-e^{in\theta}}{1-e^{i\theta}}\right)$

Exo 2. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $\forall\, n\in\mathbb{N},\ u_n=\dfrac{1}{2^{2n}}\dbinom{2n}{n}$

Déterminer le signe $u_{n+1}-u_n$.

Exo 3. Développer $(a+b)^3$.

En déduire une expression de $\cos^3(\theta)=\left[\dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}\right]^3$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\cos(3\theta)$.

Exo 4. Montrer que $\forall\, n\in\mathbb{N},\ \forall\, x\in[0,1],\ (1-x)^n\leqslant\dfrac{1}{1+nx}$

Nom Lundi 15 Septembre.

Exo 1. En utilisant l'angle moitié, déterminer $\operatorname{Re}\left(\dfrac{1-e^{in\theta}}{1-e^{i\theta}}\right)$

Exo 2. On considère la suite (u_n) définie par $\forall\ n \in \mathbb{N},\ u_n = \dfrac{n!}{\left(\dfrac{n}{e}\right)^n \sqrt{n}}$.

Montrer que : $\ln\left(\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\right) = 1 - \left(n + \dfrac{1}{2}\right)\ln\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)$

Exo 3. Développer $(a+b)^3$.

En déduire une expression de $\cos(3\theta) = \operatorname{Re}\left(e^{i3\theta}\right) = \operatorname{Re}\left[e^{i\theta}\right]^3 = \operatorname{Re}\left[cos(\theta) + i\sin(\theta)\right]^3$.

Exo 4. Montrer que :

$$\forall\ n \in \mathbb{N},\ \frac{1}{1^2} + + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{n^2} \leqslant 2 - \frac{1}{n}$$