

Programme de colle de la semaine 2  
du Lundi 22 au 26 Septembre.

Calcul de cours.

> Soit  $k, n \in \mathbb{N}$  avec  $0 \leq k \leq n - 1$ , montrer que :  $\binom{n}{k+1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1}$

> Soit  $n \in \mathbb{N}$ . On note  $a = \frac{2^{2^n}}{2^{2^n} - 1}$ . Calculer  $b = \frac{a^2}{2a - 1}$

> On considère la fonction  $f : x \mapsto \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}, f \circ \sinh(x) = x$ .

Questions de cours.

> Autour de  $\sqrt{a}$ .

Définition de  $\sqrt{a}$ . Propriétés évidentes de  $\sqrt{a}$  et pourquoi sont-elle évidentes.

Démonstration de :  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ .

Montrer que :  $\forall x \geq 0, \sqrt{1+x} \leq 1 + \frac{1}{2}x$

> Les fonctions cosh et sinh.

Définition de cosh et sinh.

Variation de la fonction cosh.

Démonstration de  $\cosh^2 - \sinh^2 = 1$

> Les fonctions monôme et "nôme"

Donner les différences et ressemblance entre  $x^3, \frac{1}{x^2}, \sqrt{x}$  et  $x^{\sqrt{2}}$ .

Graphes et inégalités usuelles de ces fonctions sur  $\mathbb{R}_+$ .

Calcul de  $[2^x]' = \frac{d}{dx}[2^x]$

Exercices.

Des études de fonction. On commence les sommes