

Exo 1.

Définition de $\lfloor x \rfloor$

Avec $G-p$ et une quantité conjuguée, montrer que : $4n+1 \leq (\sqrt{n} + \sqrt{n+1})^2 < 4n+2$

En déduire la valeur de $\left\lfloor (\sqrt{n} + \sqrt{n+1})^2 \right\rfloor$

Exo 2. Soit $k, n \in \mathbb{N}^*$. On suppose que : $\frac{(k-1)k}{2} \leq n < \frac{k(k+1)}{2}$

Justifier que la fonction $h : x \mapsto \frac{x(x-1)}{2}$ réalise une bijection (croissante) de ... sur

Explicité h^{-1} la bijection réciproque. On trouve $h^{-1}(y) = \frac{1 + \sqrt{8y-7}}{2}$

Bonus Montrer que : $k = \left\lfloor \frac{1 + \sqrt{8n-7}}{2} \right\rfloor$

Exo 3.

Définition de la fonction f est k -lipschitzienne sur $\mathcal{D}$

Énoncer le TAF

Application : Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, |\arctan(x)| \leq |x|$.

Bonus Application : Démontrer que : $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right], |\tan(x)| \leq 2|x|$.