Programme de colle de la semaine 10

du Lundi 01 Décembre au Vendredi 05 Décembre.

Bonjour à tous (mes gentilsgentils colleurs)

> *Je commence les "petit o", les $\underset{n\to\infty}{\sim}$, croissance comparée Lundi*

Récitation Les réponses mathématiques se font avec plus ou moins 10 verbes

> On suppose... ; On veut montrer .....
> Général $\Longrightarrow$ Particulier : On applique ... ; On dérive ... ; On intègre/primitive/somme ... ; On ordredegrandeur ....
> On ré-organise
> On résout ....
> On choisit ....

Questions de cours.

> Exercice n°43 de la banque CCP

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = x_0 \in \mathbb{R}$ et $\forall\, n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \arctan(u_n)$

1. Démontrer que la suite (u_n) est monotone et déterminer, en fonction de la valeur de x_0, le sens de variation de (u_n).
2. Montrer que (u_n) converge et déterminer sa limite.

> Unicité des limites

Démonstration de l'unicité de la limite

> OrdreGrandérer

Justifier que $\ell = f(\ell)$

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite vérifiant : $u_1 = 1$ et $\forall\, n \geqslant 1,\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} + \dfrac{1}{n}$

déterminer les limites possibles de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

> La suite est chaotique

On suppose que : $u_{41n} \xrightarrow[n\to\infty]{} \ell$ et $u_{41n+1492} \xrightarrow[n\to\infty]{} \ell'$ et $\ell \neq \ell'$

Justifier que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est chaotique

Application : Justifier que la suite $u_n = \cos\left(n\dfrac{2\pi}{1492}\right)$ est chaotique

Questions de cours qu'il ne faut pas poser mais auxquelles certain(e)s peuvent réfléchir.

> Présentation des suites extraites

> Démonstration de Bolzano-Weierstrass

> Démontrer que : Une suite est non-majorée Ssi il existe une suite extraite qui diverge vers $+\infty$
et une suite est non-minorée Ssi il existe une suite extraite qui diverge vers $-\infty$

> Si on réunit BW et le résultat ci-dessus, on obtient :
Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite alors il existe une suite extraite non-chaotique

> Démonstration du théorème de Cesàro

Exercices.

Des suites et des calculs de limites avec "petit o", les $\underset{n\to\infty}{\sim}$, croissance comparée