TD 11 Suite.

Mercredi 10 Décembre 2025.

Exercice 1. [Correction] Placer sur un axe du plus Gros au plus petit

petit $\longleftrightarrow$ Gros

> $\dfrac{1}{\sqrt{n}},\ \dfrac{1}{2^n},\ \dfrac{\ln n}{n\sqrt{n}},\ 1,\ \dfrac{\sqrt{n}}{n^2}$

> $n,\ n(\ln n)^2,\ \dfrac{n}{\sqrt{n}},\ n^2\sqrt{\ln n},\ n^2\ln n,\ o\left(\sqrt{n}\right)$

> $\ln(n),\ \ln(n^2),\ \ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right),\ (\ln n)^2$

Rappel :

Lorsque $A/B \longrightarrow 0$
alors B devient infiniment plus gros que A

Lorsque $A/B \longrightarrow \infty$
alors A devient infiniment plus gros que B

Lorsque $A/B \longrightarrow \ell$
alors A et B sont sur le même trait
Mais n'ont pas forcément le même OdG

Exercice 2. [Correction] Déterminer, quand $n \longrightarrow \infty$, équivalent et limite des expressions suivantes

$$u_n = n^2 + (1-2n)^3$$
$$u_n = \frac{(1+2n)^3 + (1-2n)^3}{2^n + 3^n}$$
$$u_n = \frac{1}{n} - \frac{n}{3n^3 + 2n + 1}$$
$$u_n = \frac{1}{n} - \frac{4}{n+1}$$
$$u_n = \frac{n\ln(n) + n^2}{2^{-n} + \ln(n)}$$
$$u_n = \frac{2^n + 3^n}{2^n - 3^n}$$
$$u_n = \frac{2^{-n} + 3^{-n}}{2^n + 3^n}$$
$$u_n = \frac{n^3 + 3^n}{2^{2n}}$$
$$u_n = \frac{\sinh(n)}{\sqrt{\cosh(n)}}$$
$$u_n = \sqrt[n]{n}$$

Exercice 3. Déterminer, quand $n \longrightarrow \infty$, équivalent et limite des expressions suivantes

$$u_n = 2^{n+1}\sin\left(\frac{\pi}{2^{n-1}}\right)$$
$$u_n = n\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$
$$u_n = 3n\tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)$$
$$u_n = n\left(e^{2/n} - 1\right)$$
$$u_n = n\left[\sin\left(\frac{2}{n}\right) - \tan\left(\frac{1}{2n}\right)\right]$$
$$u_n = \frac{e^{1/2n} - 1}{\ln\left(1 - \dfrac{1}{n}\right)}$$

Exercice 4.
Déterminer l'équivalent de u_{n+1} et de $u_{n+1} - u_n$

$$u_n = (n+1)^4$$
$$u_n = e^n$$
$$u_n = \ln(n)$$
$$u_n = \sqrt{n}$$

Exercice 5. Déterminer l'équivalent

> de $\sqrt{3^n + 2^n}$ et de $\sqrt{3^n - 2^n}$
puis $\sqrt{3^n + 2^n} - \sqrt{3^n - 2^n}$

> de $\sqrt{n^2 + n}$ et de $\sqrt{n^2 - 1}$
puis $\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - 1}$