

**Exo 1.** Déterminer un équivalent

$$\frac{n^2 \ln(n) - n \ln^2(n)}{n + \sqrt{n} \ln(n)}, \quad \frac{1}{n} - \frac{2}{n+1} + \frac{1}{n+2}, \quad 2^{n-1} \sin\left(\frac{\pi}{2n}\right), \quad \sin\left(\frac{1}{2n}\right) - \tan\left(\frac{2}{n^2}\right)$$

**Exo 2.** Démontrer que :  $n^2 \underset{n \rightarrow \infty}{=} o(2^n)$ . Exemple de demo possible. On considère  $u_n = \frac{n^{41}}{10^n}$

1. Déterminer un équivalent de  $u_{n+1} - u_n$

En déduire que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est décroissante à partir du certain rang.

2. Montrer que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge vers  $\ell \geq 0$

3. Montrer qu'il existe  $N_0$  tq  $\forall n \geq N_0$ ,  $u_{n+1} \leq \frac{3}{4} u_n$

4. Démontrer que  $\ell = 0$

**Exo 3.** Divise

Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Démontrer que :  $n^2$  divise  $(1+n)^n - 1$

**Exo 4.** Divise

Donner et démontrer la factorisation de  $x^n - y^n$

Application : Soit  $a, b \geq 2$ . Trouver un facteur/diviseur de  $2^{ab} - 1$