

Programme de colle de la semaine 19

du Lundi 09 Mars au 13 Mars.

Questions de cours et autour du cours.

> Série.

Définition de la série $\sum u_n$ converge.

Démontrer que : Lorsque la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ne converge pas vers 0, alors la série $\sum u_n$ diverge.

> Série Géométrique.

Définition de la série $\sum u_n$ converge

Montrer que la série $\sum q^n$ Ssi $q \in]-1, 1[$ et calcul de $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$.

> Série/Intégrale.

Montrer que la fonction $f : t \mapsto \frac{\ln(t)}{t}$ est décroissante sur $[3, +\infty[$

En déduire, à l'aide d'une comparaison Série/Intégrale, que la série $\sum \frac{\ln(n)}{n}$ diverge.

> Série Télescopique.

On considère $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}}$

En utilisant la série télescopique, montrer que la suite $(S_n - 2\sqrt{n})$ converge

En déduire le développement, quand $n \rightarrow \infty$, avec 2 termes de $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}}$

> Absolument convergente ou A-cv.

Définition de : La série $\sum a_n$ est A-cv.

Définition et propriétés de a_n^+ et a_n^-

Démonstration : Si la série $\sum a_n$ est A-cv alors la série $\sum a_n$ converge.

> Absolument convergente ou A-cv.

Définition de : La série $\sum a_n$ est A-cv.

Soit $a \in \mathbb{R}$. Définition et propriétés de a^+ et a^-

Démonstration : Si la série $\sum a_n$ est A-cv alors la série $\sum a_n$ converge.

> Série Alternée

Définition de : La série est alternée.

Énoncé et Démonstration du critère spécial des séries alternées

> EXERCICE 46 de la Banque CCP. On considère la série : $\sum_{n \geq 1} \cos(\pi \sqrt{n^2 + n + 1})$.

1. Prouver que $\pi \sqrt{n^2 + n + 1} \underset{n \rightarrow \infty}{=} n\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha \frac{\pi}{n} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{n^2}\right)$ où α est un réel que l'on déterminera.

2. En déduire que la série $\sum_{n \geq 1} \cos(\pi \sqrt{n^2 + n + 1})$ converge mais n'est pas A-cv

Exercices

Des séries.

Attention le critère de d'Alembert n'est pas au programme de sup