

Programme de colle de la semaine 20

du Lundi 16 Mars au Vendredi 20 Mars.

Écrire une définition. Pour chacun(e), on commence par écrire deux définitions et une explication.

Donner une définition parmi

- > La fonction f est positive au voisinage de $-\infty$.
- > La fonction f est croissante au voisinage de 1^- .
- > La fonction f est bornée au voisinage de 0.

Donner une définition parmi

- > La fonction f tend vers ℓ quand x tend vers a .
- > La fonction f tend vers $-\infty$ quand x tend vers a .
- > La fonction f tend vers ℓ quand x tend vers $-\infty$.

Expliquer comment on démontre une des inégalités suivantes

- E1. il existe $\eta > 0$ tel que $\forall x \in]-\eta, \eta[$, $|\sin(x)| \leq 2|x|$
- E2. $\forall x \in \mathbb{R}$, $|\sin(x)| \leq |x|$
- E3. il existe M et $\eta > 0$ tel que $\forall x \in]0, \eta[$, $\sin(x) \leq Mx$

Questions de cours et autour du cours.

> Équivalent et signe

Soit f une fonction. on suppose que $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} o(x^2)$

Montrer qu'il existe $\eta > 0$ tel que $\forall x \in [-\eta, \eta]$, $|f(x)| \leq \frac{1}{100} x^2$

> Équivalent et signe

Soit f une fonction. on suppose que $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2$

Montrer qu'il existe $\eta > 0$ tel que $\forall x \in [-\eta, \eta]$, $\frac{1}{2} x^2 \leq f(x) \leq 2x^2$

> Fonction définie via une intégrale On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x} \int_0^x e^{-t^2} dt$

Montrer que f est définie et dérivable sur $\mathcal{D} = \mathbb{R}^*$

Calculer f'

Justifier que f se prolonge par continuité en 0.

> Fonction définie via une intégrale On considère la fonction $f : x \mapsto \int_x^{2x} \frac{1}{\ln(t)} dt$

Déterminer $\mathcal{D}$, l'ensemble de définition de f .

Justifier que f est dérivable sur $\mathcal{D}$ et Calculer f' .

> À méditer. Je ne l'ai pas fais en classe.

Définition de Lipschitzienne.

Énoncer le TAE, CàD le Théorème des Accroissements Finis.

Justifier, avec un RA et en utilisant la suite $u_n = 1/n$,

que la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$ n'est pas lipschitzienne sur $\mathbb{R}_+$.

Exercices

Des exercices sur la limite et la continuité.

Je finis le TVI lundi et mardi "continue sur un segment"