

Programme de colle de la semaine 21

du Lundi 23 Mars au Vendredi 27 Mars.

Un calcul de dérivée n-ième Au choix un des calcul suivant (objectif : 10')

> Calculer la dérivée n-ième de $(x^2 + 1)e^{-x}$

> Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{R}, [\cos(x)]^{(n)} = \cos\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$.

Application : Linéariser puis calculer la dérivée n-ième de $\cos^3(x)$.

> Décomposer en éléments simples puis calculer la dérivée n-ième de $\frac{1}{x^2 - 1}$.

> Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x > 0, [\sqrt{x}]^{(n)} = (-1)^{n-1} \frac{(2n-2)!}{(n-1)! 2^{2n-1} x^{n-1} \sqrt{x}}$

Questions de cours et autour du cours.

> Dérivable Vs DL

Définition de : La fonction f est dérivable en a

Justifier : f est dérivable en $a \implies f(a+h) = f(a) + f'(a)h + o(h)$

Réciproque?

> Composée de fonction dérivable

On suppose que f, g sont dérivables en a et que $g(a) > 0$

Montrer qu'il existe $\eta > 0$ tel que $\forall x \in [a-\eta, a+\eta], g(x) > 0$

Ainsi la fonction $\frac{f}{g}$ est bien définie au voisinage de a

Montrer que la fonction $\frac{f}{g}$ est dérivable en a et que $\left[\frac{f}{g}\right]'(a) = \frac{f'(a)g(a) - f(a)g'(a)}{g(a)^2}$

> Prolongement $\mathcal{C}^1$

Énoncé le théorème $\mathcal{C}^1$. Il y a 3 situations.

C'est le théorème qui permet de justifier qu'une fonction est dérivable en un point exceptionnel.

Application : Expliquer avec ce thm pourquoi la fonction arcsin n'est pas dérivable en $+1$

> Une fonction pas glop On considère la fonction $hx \longmapsto x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

Justifier que la fonction h se prolonge par continuité en 0.

Justifier que : $f'(x)$ n'a pas de limite quand $x \rightarrow 0$

Justifier que la fonction f est dérivable en 0.

Bonus : Interprétation géométrique

Exercices

Lundi je fais la synthèse de cours sur la régularité des bijections réciproques.

Puis Je commence les théorèmes difficiles : Rolles, TAF,....