Programme de colle de la semaine 25

du Lundi 04 Mai au Vendredi 08 Mai.

Question de cours

> Formule du crible

Compléter et démontrer que : $card(A \cup B \cup C) = ...$

> Liste   On considère l'ensemble des entiers de 2 chiffres, CàD 00, 01,...., 99

Déterminer combien il y a de nombre avec au moins une fois le chiffre 5.

Déterminer combien il y a de nombre divisible par 2 ou par 3.

bonus Combien de nombre ab avec $a < b$

bonusnus Même question avec des entiers de 3 chiffres, CàD 000, 001,...., 999

> Liste

Combien y-a-t-il de matrice diagonale D de taille $n \times n$ vérifiant $D^2 = I_n$

Combien y-a-t-il de matrice diagonale D de taille $n \times n$ vérifiant $D^3 = I_n$

> Loto classique

Combien y-a-t-il de grille de loto ?

Combien y-a-t-il de grille de loto avec 3 nombres paires et 3 nombres impaires

Combien y-a-t-il de grille de loto avec 6 nombres sur des lignes différentes

Rappel $L_1 = 1, 2, 3, 4, 5$, $L_2 = 6, 7, 8, 9, 10, ..., L9 = 11, 42, 43, 44, 45$ ET $L_{10} = 46, 47, 48, 49$

> Loto classique

Combien y-a-t-il de grille de loto ?

Combien y-a-t-il de grille de loto avec 3 nombres paires et 3 nombres impaires

Combien y-a-t-il de grille de loto avec 6 nombres sur des lignes différentes

Rappel $L_1 = 1, 2, 3, 4, 5$, $L_2 = 6, 7, 8, 9, 10, ..., L9 = 41, 42, 43, 44, 45$ ET $L_{10} = 46, 47, 48, 49$

> Anagramme

Combien le mot $ANANAS$ admet d'anagramme et vérifier que c'est bien égale à $\dfrac{6!}{3!2!1!}$

BONUS Combien de chemin sur un grillage.

> La formule du Capitaine   On va montrer que $\forall\, p, n$ avec $1 \leqslant p \leqslant n$, $p\dbinom{n}{p} = n\dbinom{n-1}{p-1}$

Démontrer la formule en manipulant les factoriels

Interpréter et démontrer cette égalité avec un dénombrement

> Bijection et dénombrement

On va montrer que la la fonction $h : \mathbb{U}_{2n+1} \longrightarrow \mathscr{A} \;:\; \alpha \longmapsto \alpha^2$ réalise une bijection de $\mathbb{U}_{2n+1}$ sur $\mathbb{U}_{2n+1}$.

> C'est QUOI/QUI : $\mathbb{U}_{2n+1}$

> Montrer que la fonction h est à valeurs dans $\mathbb{U}_{2n+1}$.

> Montrer que : Si $\alpha \in \mathbb{U}_{2n+1}$, alors $-\alpha \notin \mathbb{U}_{2n+1}$

> Montrer, avec la définition, que la fonction h est injective.

Conclusion : Justifier que la fonction h est bijective.

Exercices

Dénombrement, Dénombrement, Dénombrement,.....