Programme de colle de la semaine 29

du Lundi 08 Juin au Vendredi 12 Juin.

Questions de cours.

> Orthogonale. On note $\mathscr{S}$ l'ensemble de matrice symétrique et $\mathscr{A}$ l'ensemble de matrice anti-symétrique de $\mathscr{M}_n(\mathbb{R})$

Donner la définition et les dimensions de $\mathscr{S}$ et $\mathscr{A}$.

Montrer que : $\mathscr{S}$ et $\mathscr{A}$ sont orthogonaux.

> Famille orthogonale. Soit les fonction $f_k : x \longmapsto \cos(kx)$ avec $k \in \{0, 1, ..., n\}$.

Montrer que la famille $\left(f_n\right)_{0 \leqslant k \leqslant n}$ est orthogonale pour le produit scalaire $\displaystyle\int_0^{2\pi} f(t)g(t)dt$

En déduire que la famille est libre.

> Propriétés des Bons.

Définition de BON.

Expression de la norme et du produit scalaire en fonction des coordonnées dans une BON avec la démonstration.

> Question Bonus

Justifier que la famille $\left(E_{1,1}, E_{2,1}, ..., E_{n,n}\right)$ est une BON de $\mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ pour le produit scalaire $< M, N >= tr\left(M^T N\right)$.

Application : Soit $A = (a_{i,j})$. Justifier que : $\|A\| = \sqrt{\text{Somme des carrés des coefficients}}$

> Propriétés des Bons.

Définition de BON.

La pèche des coordonnées d'un vecteur dans une BON : Énoncé et Démo

`Expliquer l'intérêt de la pèche.` L'explication est importante MAIS je doute que cela soit bien compris

> Orthonormalisation de Gram-Schmidt.

Savoir décrire l'algorithme de Gram-Schmidt.

Énoncer du théorème théorique, CàD avec la matrice de changement de base. Je le fait Lundi

> L'orthogonale. Je le fait Lundi

Définition de $F^{\perp}$, l'orthogonal d'un ssev F.

Démonstration de $F^{\perp}$ est un ssev.

Démonstration de $F \cap F^{\perp} = \left\{\overrightarrow{0}\right\}$. En déduire que : $\dim\left(F^{\perp}\right) \leqslant \dim(E) - \dim(F)$

> Projection-Symétrie orthogonale. Je le fait Mardi

Définition de p la projection orthogonale sur le ssev F

On suppose que $F = vect(\underbrace{(1,2,3)}_{\overrightarrow{A}}, \underbrace{(4,5,6)}_{\overrightarrow{B}})$. Calculer $\overrightarrow{A} \wedge \overrightarrow{B}$ puis déterminer $p\left(\overrightarrow{u}\right)$.

> Distance Je le fait Mardi

Définition de $d\left(\overrightarrow{u}, F\right)$ la distance de d'un vecteur à un ssev.

Interpréter $\displaystyle\inf_{(a,b)\in\mathbb{R}^2} \left[\int_{-1}^{1} \left(e^t - (a+bt)\right)^2 dt\right]$ en terme de distance, CàD dire qui est E, $\langle \odot, \odot \rangle$, $\overrightarrow{u}$ et F.

Exercices

> Vérifier que $< P, Q >= \displaystyle\sum_{k=1}^{3} P(k).Q(k)$ ou $< P, Q >= \displaystyle\sum_{k=1}^{3} P^{(k)}(1).Q^{(k)}(1)$ ou AUTRE est un produit scalaire sur $\mathbb{R}_2[X]$

En classe, on a vérifier que $< u, v >= \overrightarrow{U}^T \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \overrightarrow{V}$ ou $< M, N >= tr\left(M^T N\right)$ ou $< f, g >= \displaystyle\int fg$ est un produit scalaire.

> Une orthonormalisation de Schmidt ou une distance