

Programme de colle de la semaine 1

du Lundi 14 au 18 Septembre.

Questions de cours numéro 1.

- > Qu'est ce qu'un produit ? Démontrer que 0 est absorbant.
- > Donner la définition et les propriétés de $\sqrt{a}$.
Démontrer que $\forall a, b \geq 0, \sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$
- > Traduire avec des quantificateurs,.... les énoncés suivants
 - La fonction f est positive sur $[a, b]$
 - La fonction f s'annule sur $[a, b]$.
 - La fonction f est nulle sur $[a, b]$ et sa négation
 - La fonction f est croissante sur $[a, b]$ et sa négation
- > Énoncer le thm de Pythagore
Écrire la réciproque, la contraposée et la négation du théorème.

Questions de cours numéro 2. Voir TD 2

- > En utilisant l'angle moitié, déterminer $\operatorname{Re} \left(\frac{1 - e^{in\theta}}{1 - e^{i\theta}} \right)$
- > Développer $(a + b)^3$.
En déduire une expression de $\cos^3(\theta) = \left[\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \right]^3$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\cos(3\theta)$.
- > Développer $(a + b)^3$.
En déduire une expression de $\cos(3\theta) = \operatorname{Re}(e^{i3\theta}) = \operatorname{Re}[e^{i\theta}]^3 = \operatorname{Re}[\cos(\theta) + i \sin(\theta)]^3$.

Questions de cours numéro 3. Du calcul pas si facile

- > Soit n, k des entiers avec $0 \leq k \leq n$.
Simplifier $\binom{n}{k+1} + \binom{n}{k}$ et mettre le résultat sous la forme $\binom{\square}{\heartsuit}$
- > On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{1}{2^{2n}} \binom{2n}{n}$
Déterminer le signe $u_{n+1} - u_n$.
- > On considère la suite (u_n) définie par $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{n!}{\left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{n}}$.
Simplifier $\frac{u_{n+1}}{u_n}$. En déduire que : $\ln \left(\frac{u_{n+1}}{u_n} \right) = 1 - \left(n + \frac{1}{2} \right) \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)$

Exercices.

Je commence les inégalités lundi donc des inégalités