Programme de colle de la semaine 2

du Lundi 21 au 25 Septembre.

Questions de cours

> Convexité.

Montrer que : $\forall\, x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right],\ \frac{2}{\pi}x \leqslant \sin(x)$

> Valeur Absolue.

Soit $x \in \mathbb{R}$. Énoncer les 3 façon de définir $|x|$

Démontrer que : $\forall\, a, b \in \mathbb{R},\ |a-b| \leqslant |a| + |b|$

On attend la démonstration dans $\mathbb{R}$ avec disjonction des situations.

> Lipschitzienne.

Définition de la fonction f est 41-lipschitzienne sur $[a, b[$

Énoncer le TAF.

Application : Montrer que la fonction $x \longmapsto \sqrt{1+x}$ est $1/2$ -lipschitzienne sur $[0, +\infty[$

> Inégalité en situation.

Soit la suite (x_n) définie par $x_0 = 4$ et $\forall\, n \in \mathbb{N},\ x_{n+1} = \dfrac{2\,(x_n)^2 - 3}{x_n + 2}$

Étudier, sur $\mathscr{D} = \mathbb{R}_+$, la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{2\,x^2 - 3}{x+2}$.

En déduire que : $\forall\, n \in \mathbb{N},\ x_n \geqslant 3$.

> Inégalité en situation (suite).

Soit la suite (x_n) définie par $x_0 = 4$ et $\forall\, n \in \mathbb{N},\ x_{n+1} = \dfrac{2\,(x_n)^2 - 3}{x_n + 2}$

`On admet que` $\forall\, n \in \mathbb{N},\ x_n \geqslant 3$.

Vérifier que $(x_n - 3)$ se factorise dans $x_{n+1} - 3$

En déduire que : $\forall\, n \in \mathbb{N},\ x_{n+1} - 3 \geqslant \dfrac{3}{2}(x_n - 3)$.

Exercices.

Des inégalités. Voir cour ou TD pour des exemples.