Fonctions, égalités et inégalités dans $\mathbb{R}$.

1. Rappel sur les études de fonctions, énoncés des théorèmes suivant : dérivation des fonctions composées, th fondamental de l'analyse (pour toute fonction f continue sur un intervalle contenant a, $x \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est ...), intégrations par parties et changement de variables. Rappels sur les tableaux des variations.
2. Résolution des équations polynomiales réelles de degré 2. Implémentation de l'algorithme en Python.
3. Valeur absolue (propriétés usuelles, inégalités triangulaires...)
4. Intervalles de $\mathbb{R}$.
5. Vocabulaire des majorations (parties majorées, majorant, maximum, etc.).

Trigonométrie

Rappel des définitions géométriques des fonctions circulaires $\sin, \cos, \tan$. Premiers résultats de périodicité et d'invariance fonctionnelle. Résolutions d'équations et d'inéquations faisant intervenir ces fonctions.
Formulaire trigonométrique : sommes d'angles, transformations de sommes en produits et de produits en sommes de fonctions circulaires. Cas particulier du doublement de l'angle. Formules induites par le changement de variable $t = \tan(\frac{u}{2})$.
Remarque : ces formules sont à connaître par cœur, sauf pour les formules de type $\cos(a)\cos(b) =$ *et* $\cos(a) + \cos(b) =$*, qui sont à savoir retrouver rapidement.*

L'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels.

1. Définition, relation d'ordre, segments entiers. Propriété fondamentale admise : toute partie non vide de $\mathbb{N}$ admet un plus petit élément.
2. Division euclidienne dans $\mathbb{N}$. Algorithme (implémentation en python).
3. Raisonnement par récurrence : principe et rédaction. Récurrences fortes et faibles (on rédigera toujours des récurrences fortes). Exemples.
4. Suites à valeurs dans un ensemble : définition, existence des suites récurrentes.

Questions de cours

Q1. Énoncer et démontrer les deux formules d'inégalités triangulaires sur $\mathbb{R}$.

Q2. Énoncer et démontrer la formule d'intégration par parties $\mathcal{C}^1$.

Q3. Énoncer et démontrer la formule de changement de variables $\mathcal{C}^1$.

Q4. Exprimer $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ sous forme de radicaux, de deux manières différentes.

Q5. Donner et démontrer les formules induites par le changement de variable $t = \tan(\frac{u}{2})$.

Q6. Énoncer et démontrer (à partir des formules d'Euler) les formules $\cos(a+b) = ...$ et $\sin(a+b) = ..$

Q7. Énoncer et démontrer (en admettant les formules de la question précédente) les formules donnant $\cos a \cos b$, $\sin a \sin b$ ou $\cos a \sin b$.

Q8. Énoncer et démontrer *(soit en admettant les formules de la question précédente, soit par factorisation par l'ange moitié)* les formules donnant $\cos a \pm \cos b$ ou $\sin a \pm \sin b$.

Q9. Énoncer et démontrer le théorème de division euclidienne dans $\mathbb{N}$.

Q10. Donner la valeur pour tout naturel n de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k$ et le démontrer.

Q11. Donner la valeur pour tout naturel n de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2$ et le démontrer.

Q12. Montrer que si f est une application strictement croissante de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$, alors pour tout naturel n, $f(n) \geqslant n$.

Q13. Montrer que si la suite d'entiers naturels $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifie $u_0 \geqslant 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n > \sum\limits_{k=0}^{n-1} u_k$, alors pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 2^n$.

À venir : sommes et produits, techniques fondamentales d'analyse (calcul différentiel).