N° 9418

Étude du *stick-slip* comme mécanisme des séismes

Stick-slip : modélisation des séismes et de leurs conséquences

I) Mécanisme des séismes : le *stick-slip*

II) Un modèle de *stick-slip*

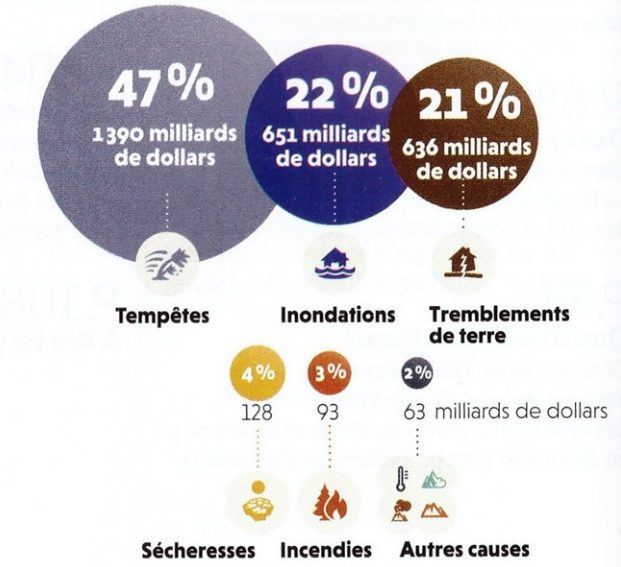
III) Transmission de vibrations par friction

Les séismes : un enjeu sociétal

Le top 10 des événements les plus mortels du XXIe siècle

Tremblements de terre et tsunamis	Océan Indien	2004	226 408
Tremblements de terre	Haïti	2010	222 570
Tempêtes	Myanmar	2008	138 366
Tremblements de terre	Chine	2008	87 476
Tremblements de terre	Pakistan	2005	73 338
Vagues de chaleur	Europe	2003	72 210
Vagues de chaleur	Russie	2010	55 736
Tremblements de terre	Iran	2003	26 716
Tremblements de terre	Inde	2001	20 005
Sécheresses	Somalie	2010	20 000

Les dégâts s'élèvent au total à 2 961 milliards de dollars



60 % des événements les plus mortels du XXIème siècle, 70 % des morts, dégâts matériels considérables

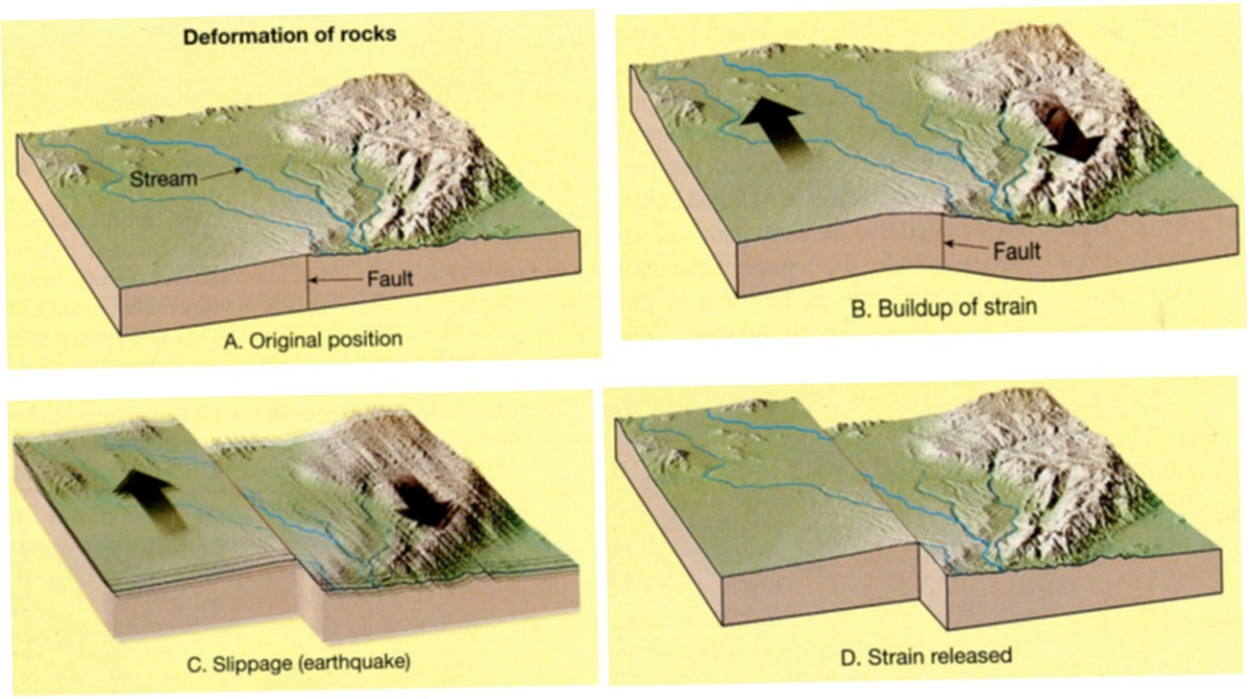
Données extraites de [2]

Le phénomène de stick-slip comme mécanisme des séismes

A et B: Période asismique: ***stick***

C : Période co-sismique (séisme) : ***slip***

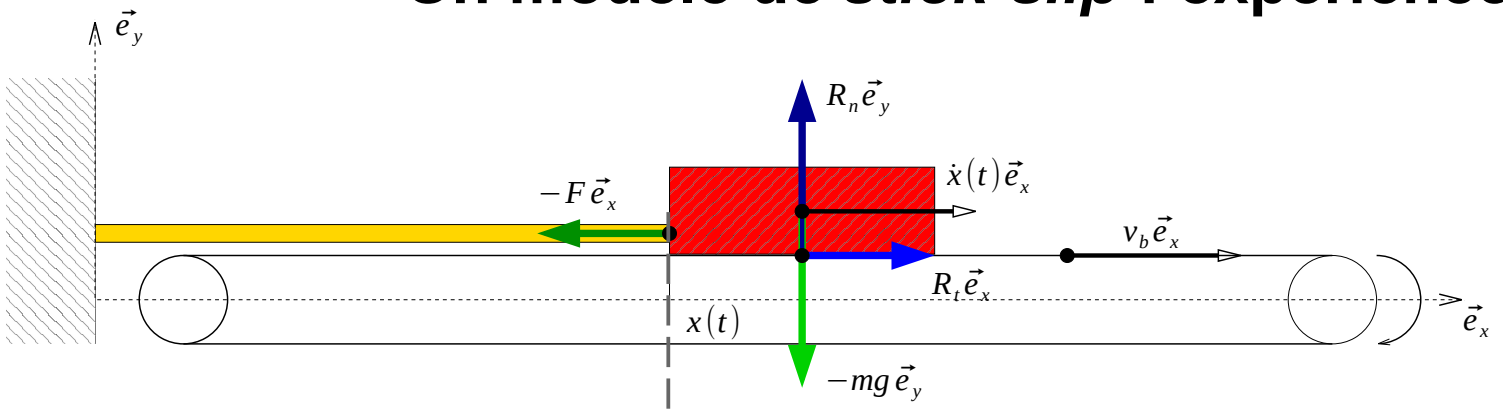
D : période post-sismique

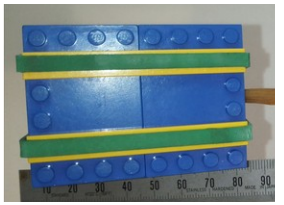


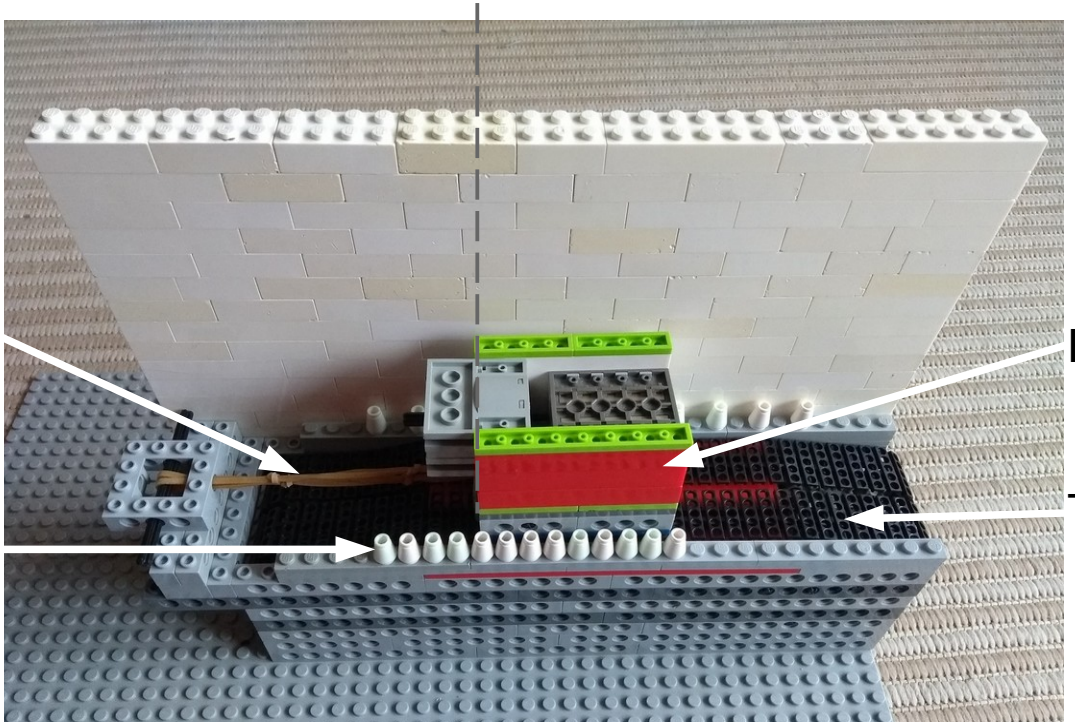
Le phénomène de stick-slip est bien identifié par les sismologues comme mécanisme des séismes, voir [5], [6], [7]

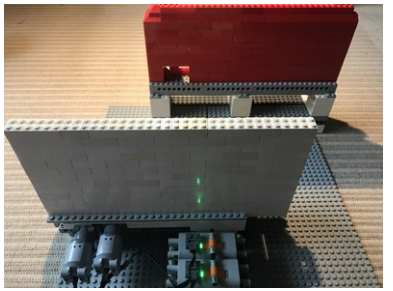
Exemples de stick-slip

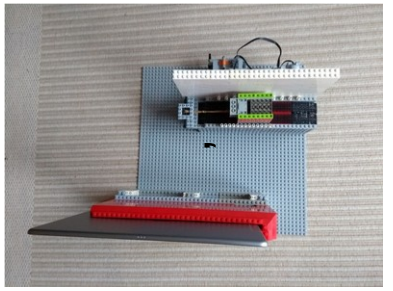
Un modèle de *stick-slip* : expérience 1











Résolution temporelle
240 images/seconde

Résolution spatiale
65,4 pixels/cm

$\delta t = 4.17\,ms$

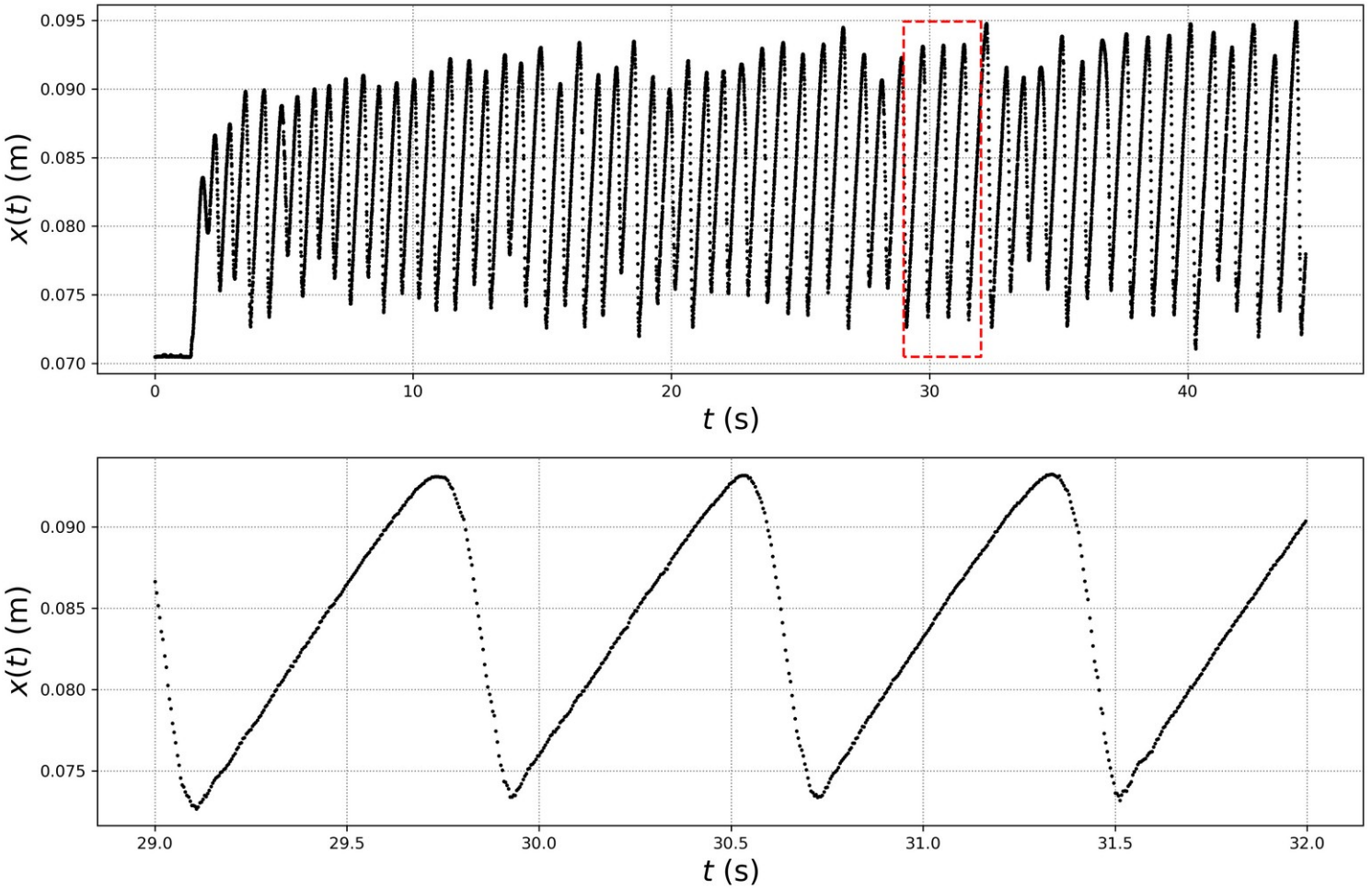
$\delta x = 0.153\,mm$

Mise en évidence du cycle sismique

Phase d’adhérence (stick)
période asismique

Phase de glissement (slip)
période co-sismique

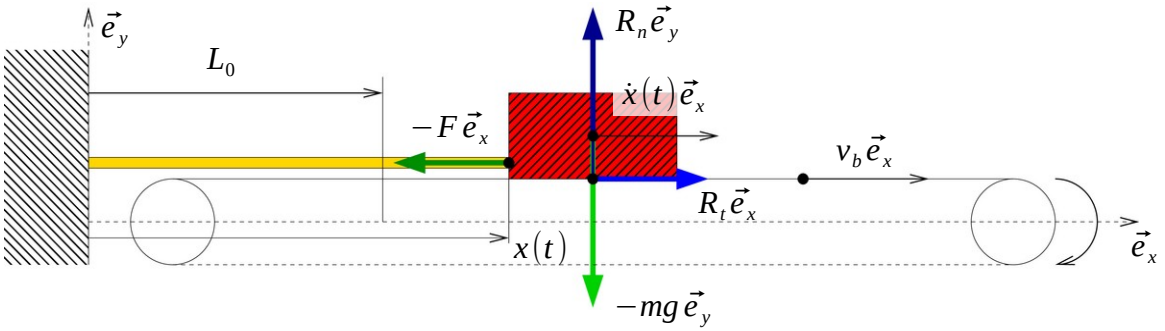
Résultats expérimentaux



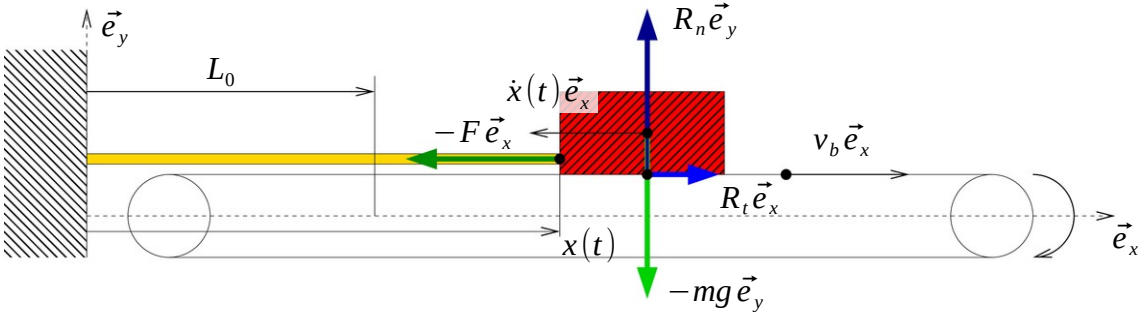
Modélisation – hypothèses

- Mouvement longitudinal seul : $\vec{v}_a = \dot{x}(t)\,\vec{e}_x$
- Vitesse du tapis: $\vec{v}_b = v_b\,\vec{e}_x$
- Frottement de Coulomb : $\begin{cases} |R_t| \le \mu mg & si \quad \dot{x}(t) = v_b \\ |R_t| = \nu mg & si \quad \dot{x}(t) \neq v_b \end{cases}$
- Élastique linéaire : $\vec{F} = -F\,\vec{e}_x = -k\left(x(t) - L_0\right)\vec{e}_x$
- Force de rappel nulle lorsque l'élastique est détendu : $\vec{F} = \vec{0}$
- Masse de l'élastique négligée, mobile indéformable

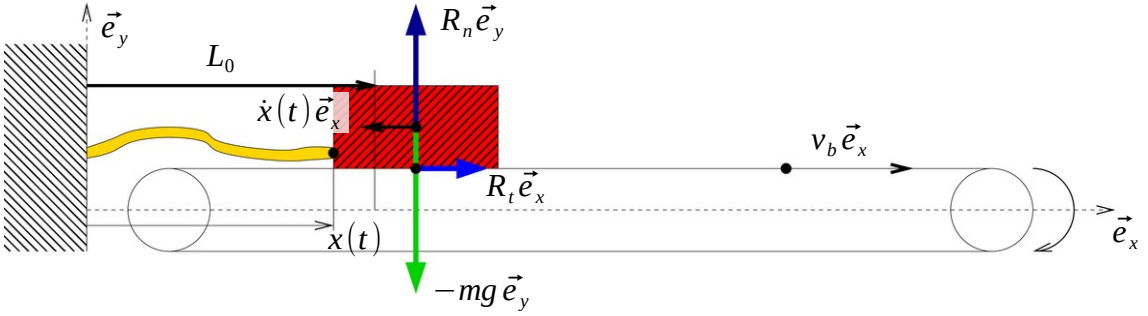
Modélisation – formulation



$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v_b \\ F = R_t = k\,max(0, x(t) - L_0) \\ R_t \le \mu mg \quad ie \quad x(t) \le L_\mu = L_0 + \mu mg/k \end{cases}$$

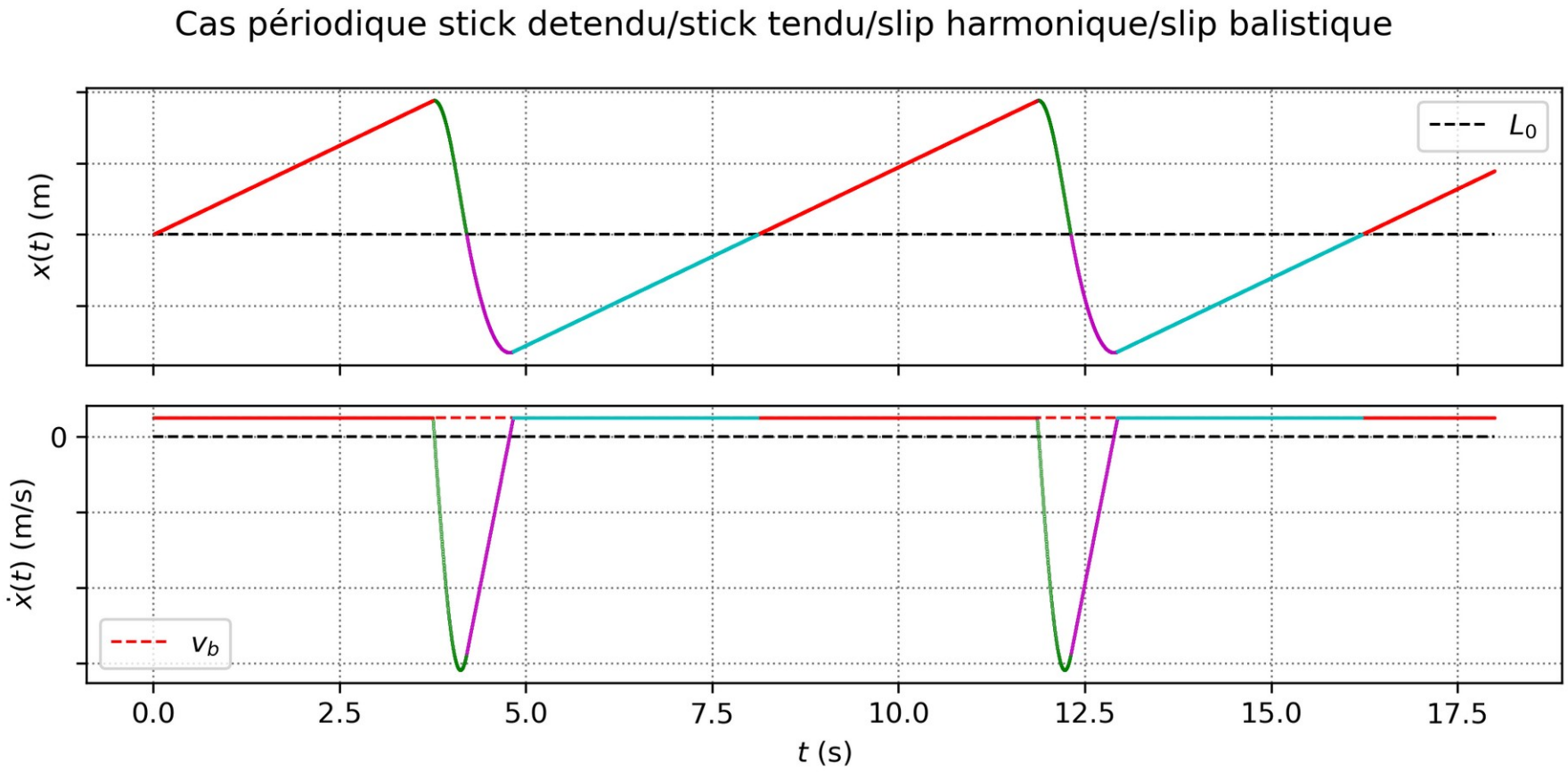


$$\begin{cases} m\ddot{x}(t) = -F + R_t \\ F = k(x(t) - L_0), R_t = \nu mg \\ x(t) \ge L_0 \end{cases}$$



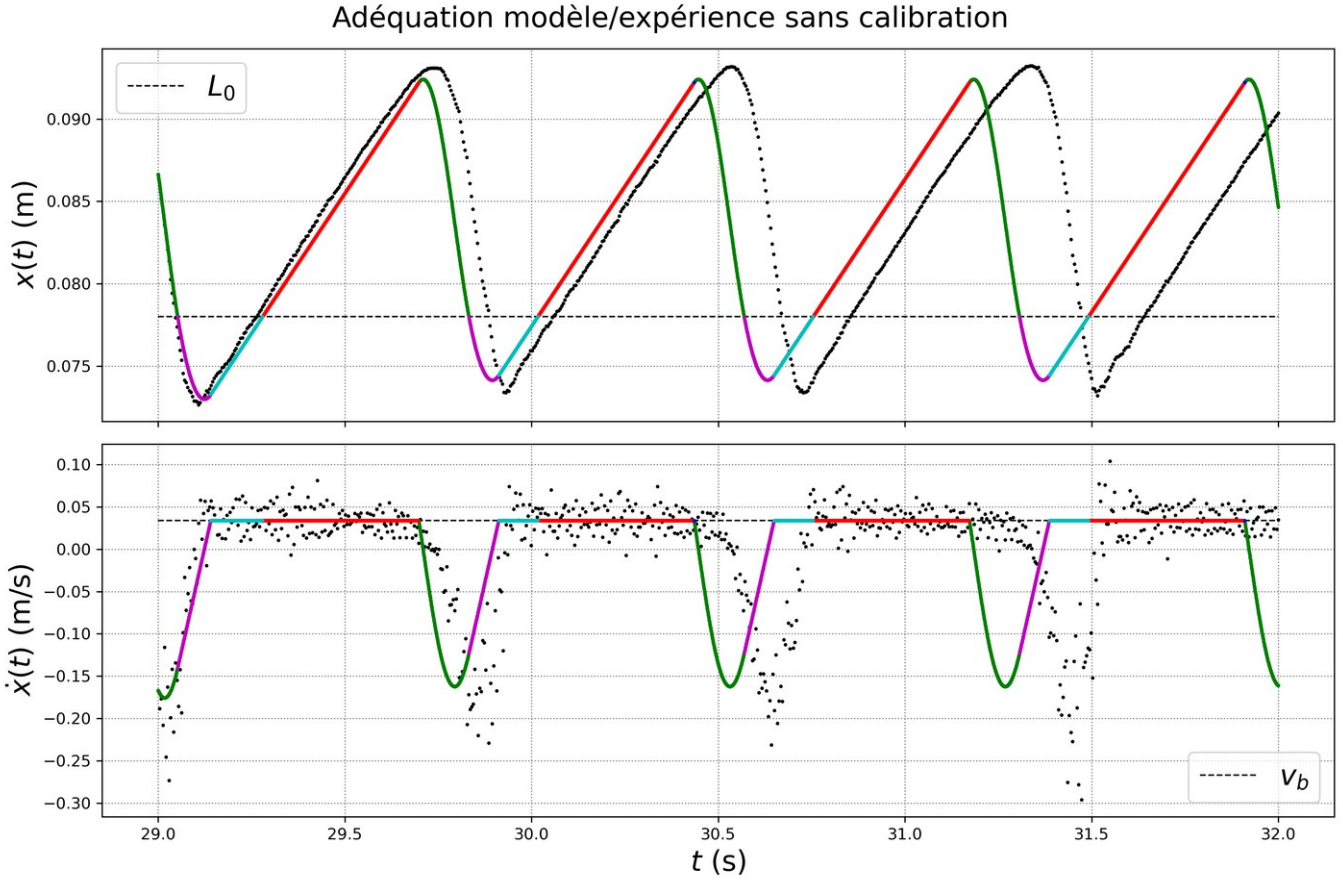
$$\begin{cases} m\ddot{x}(t) = R_t \\ R_t = \nu mg \\ x(t) \le L_0 \end{cases}$$

Simulation du modèle – évolution périodique complexe



Comparaison modèle/résultats expérimentaux

On utilise les valeurs des paramètres mesurées ou issues de la bibliographie



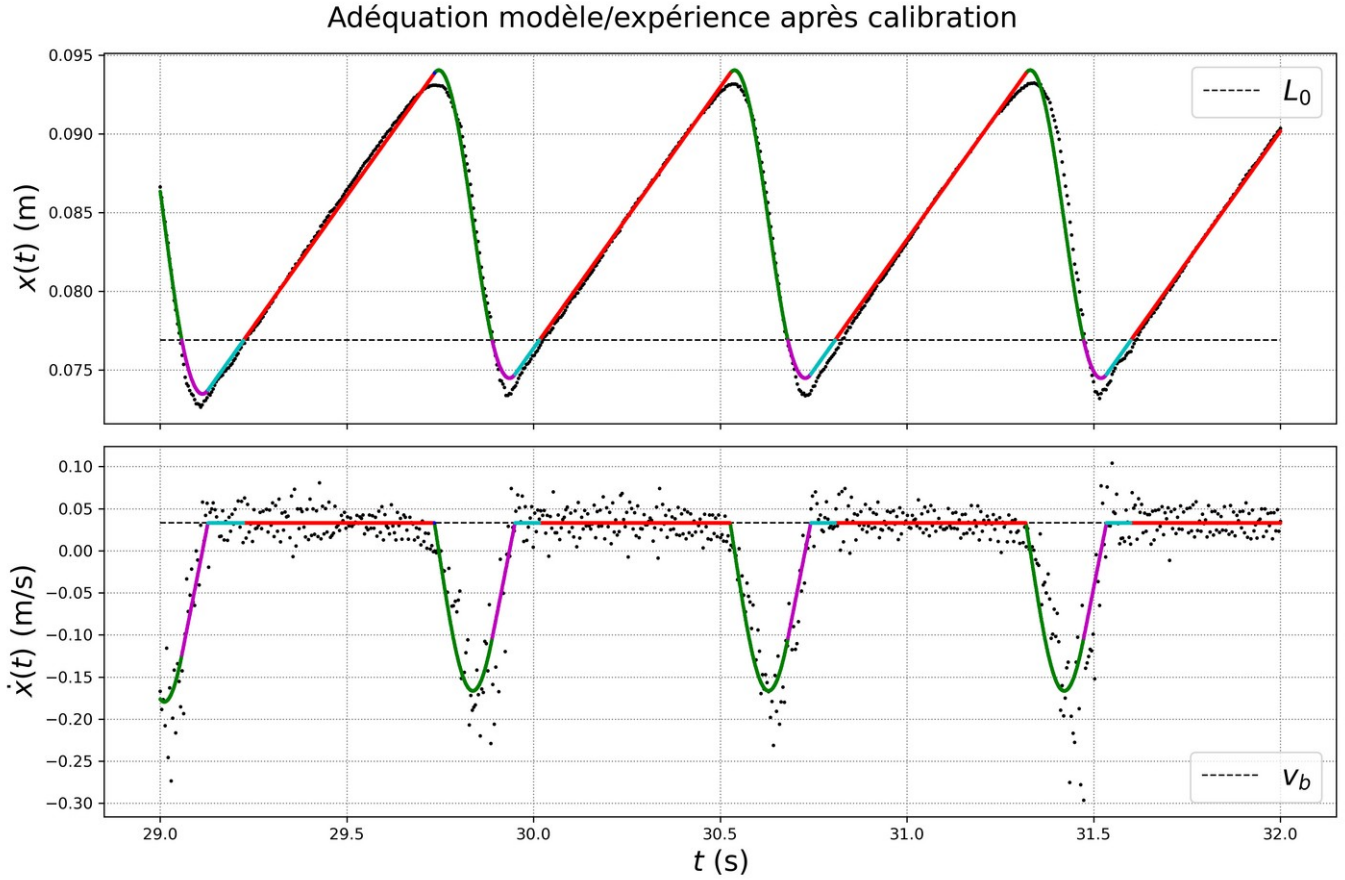
Valeurs initiales :

$$L_0 = 0.078\,m$$
$$\mu = 0.5$$
$$\nu = 0.2$$
$$k = 43\,N/m$$
$$m = 145\,g$$
$$v_b = 0.034\,m/s$$
$$x_0 = 0.087\,m\,(*)$$
$$\dot{x_0} = -0.17\,m/s\,(*)$$

$(*)$ Ces valeurs sont issues des données expérimentales

Comparaison modèle calibré/résultats expérimentaux

On ajuste la valeur des paramètres pour minimiser l'écart entre la position mesurée et la position simulée



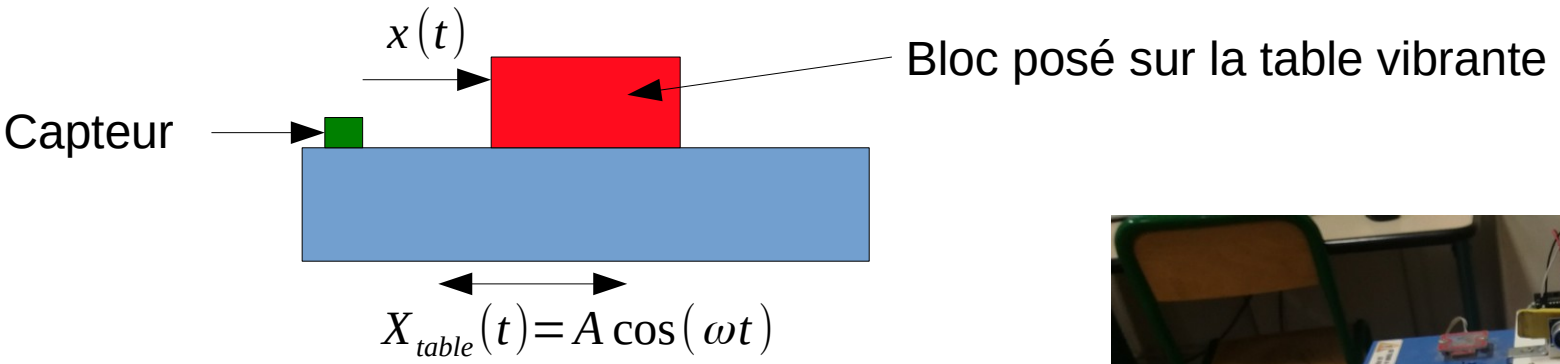
Valeurs finales :	Écart :
$L_0 = 0.077\,m$	$-1.3\,\%$
$\mu = 0.51$	$+2\,\%$
$\nu = 0.23$	$+15\,\%$
$k = 43.1\,N/m$	$+0.23\,\%$
$m = 145\,g$	$0.0\,\%$
$v_b = 0.033\,m/s$	$-2.9\,\%$
$x_0 = 0.086\,m$	$-1.1\,\%$
$\dot{x}_0 = -0.18\,m/s$	$-5.9\,\%$

Impact plus important sur les données les moins précises

Conclusions sur la première expérience

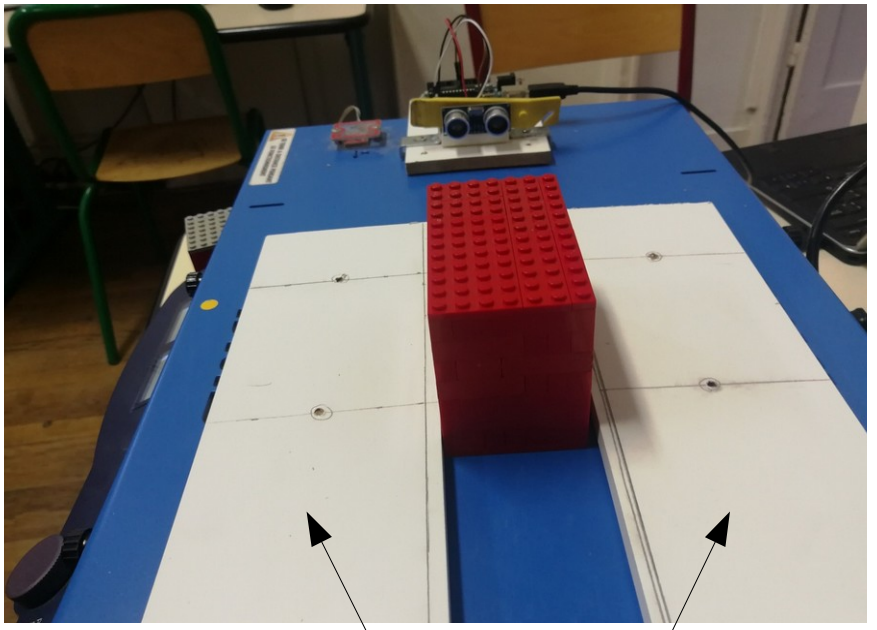
- Un modèle de stick slip qualitativement et quantitativement correct
- La calibration améliore encore l’adéquation modèle/mesures
- Des écarts subsistent lors des transitions
- Un modèle de frottement plus sophistiqué pourrait améliorer les résultats, voir [7]

Mise en évidence expérimentale de la transmission de vibrations par friction



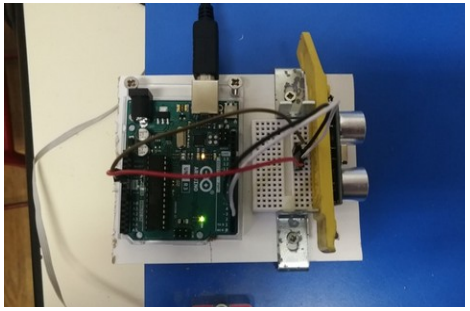
$x(t)$: déplacement relatif du bloc par rapport à la table vibrante.

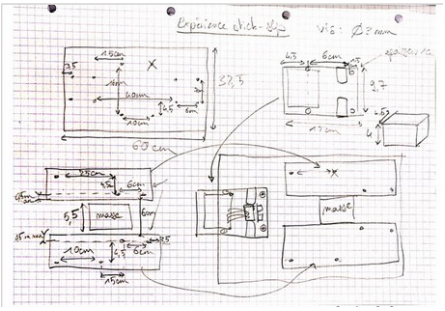
Transmission de vibration par friction si $x(t) \neq 0$

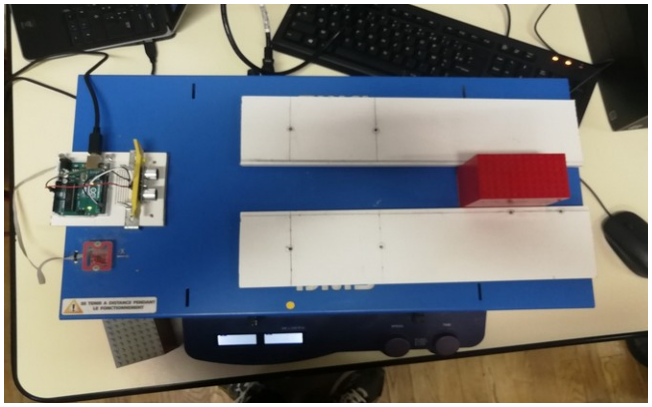


Phénomène étudié dans [4]

Montage expérimental







- Table vibrante $A = 1\,cm$, $13\,rad/s < \omega < 37\,rad/s$
- Mouvement du bloc longitudinal (rails)
- Mesure via un capteur à ultra-sons (HC-SR04)

  résolution temporelle : $\delta t = 5\,ms$ et spatiale : $\delta x = 0.3\,cm$

  (données constructeur)
- Coefficient d'adhérence : $\mu = 0.23 \pm 0.03$

Modèle théorique

- Mouvement longitudinal
- Frottement de Coulomb
- Coefficients de frottement dynamique et d'adhérence égaux $\mu = \nu$
- Le comportement de $x(t)$ est piloté par le nombre sans dimension $\alpha = \frac{A\,\omega^2}{\mu\, g}$

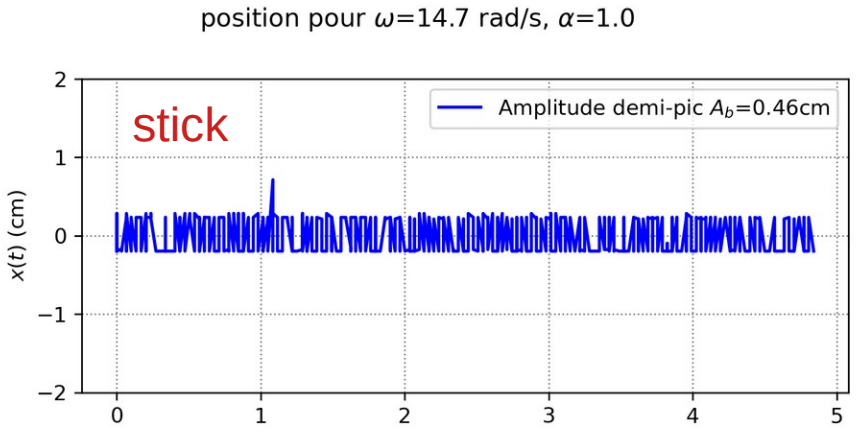
  Stick pour $\alpha \leq 1$

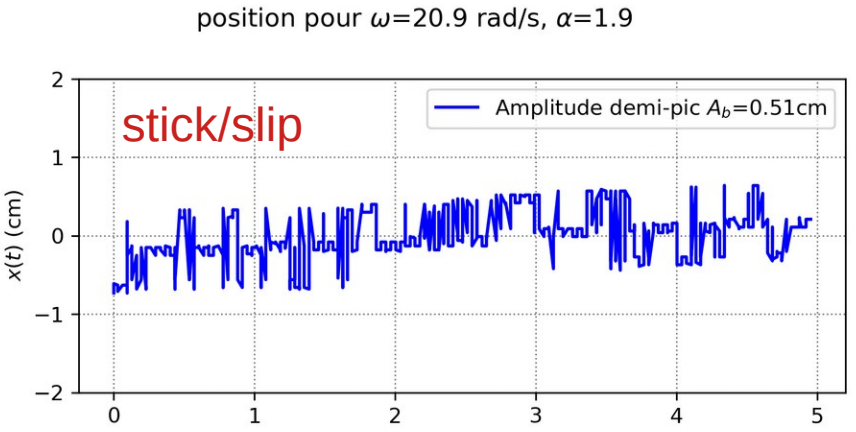
  Stick-slip pour $1 < \alpha < \alpha_c^{th} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4}} \simeq 1.82$

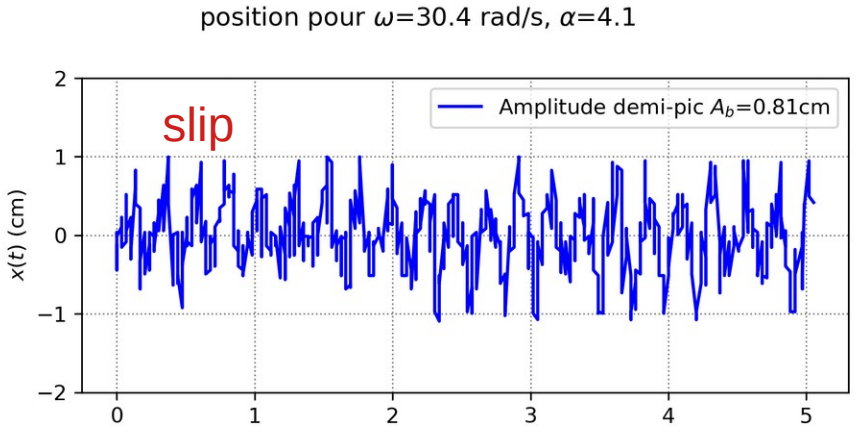
  Slip permanent pour $\alpha > \alpha_c^{th}$

- Analyse en annexe [8]

Résultats expérimentaux







Expérimentalement on trouve :

$\alpha_1 = 1.5 \quad > \quad \alpha_1^{th} = 1$

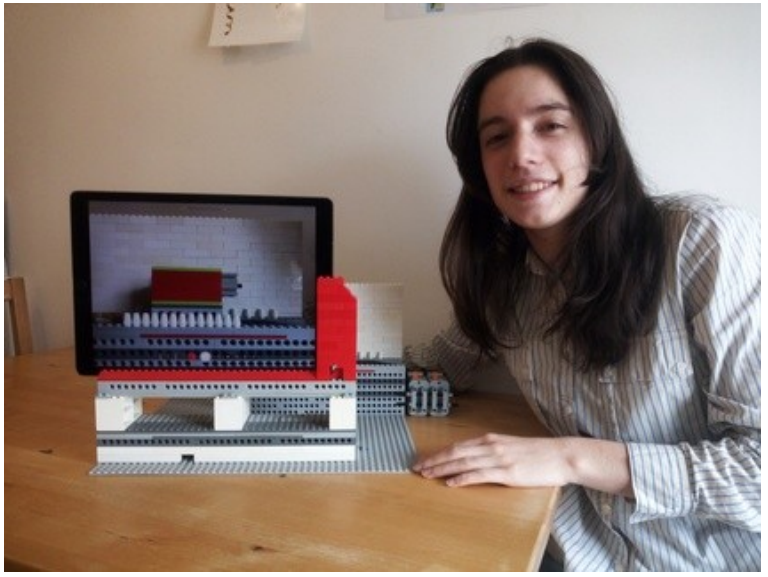
$\alpha_c = 2.3 \quad > \quad \alpha_c^{th} = 1.82$

Conclusions sur la seconde expérience

- Modèle de transmission de vibration par friction qualitativement correct
- Adéquation théorie/expérience moins satisfaisante
- Néanmoins précision suffisante pour valider qualitativement le modèle

Conclusion générale

- Phases du stick-slip : modélisation des étapes du séisme
- Expérience 1 : mise en évidence du mouvement associé au stick-slip
- Expérience 2 : mise en évidence de la transmission de vibrations par friction



Bibliographie

[1] Etienne Guyon, « Matière et matériaux », éditions Belin, 2010

[2] « Les colères de la Terre », Pour la Science Hors-Série No. 110, Février/Mars 2021

[3] X. Zhou et collègues, « Experimental Study of Stick-Slip Failure Processes and Effect of Physical Properties on Stick-Slip Behavior », Journal of Geophysical Research : Solid Earth, Vol 123, 2018

[4] R. I. Leine et collègues, « Stick-Slip Vibrations Induced by Alternate Friction Models », Nonlinear Dynamics, Vol 16, 1998

[5] Jean-Paul Montagner, "Sismologie : la musique de la Terre", Les fondamentaux, Hachette Supérieur, 1997

[6] W. F. Brace, J. D. Byerlee, « Stick-slip as a mechanism for earthquakes », Science, Vol 153, Issue 3739, 26 August 1966

[7] Y. F. Liu et collègues, « Experimental comparison of five friction models on the same test-bed of the micro stick-slip motion system », Mechanical Sciences, Vol 6, 2015

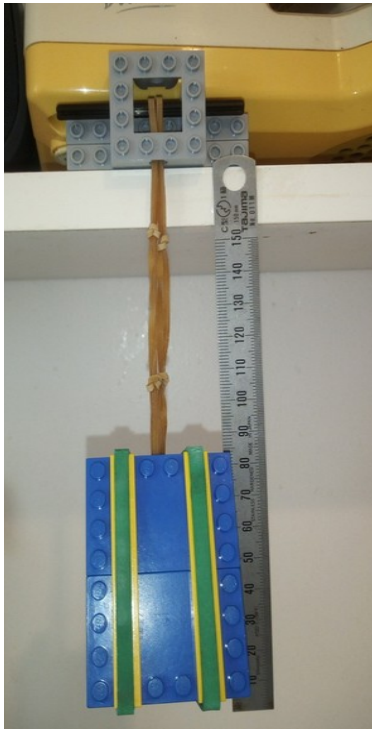
Annexe 1 – Une définition énergétique du *stick-slip*

Stick (collage): stockage d'énergie élastique par déformation d'un corps sous l'action d'un autre corps par friction ou par blocage

Slip (glissement): conversion brutale de l'énergie élastique en énergie cinétique par dépassement de seuil d'adhérence ou par rupture

Annexe 2 – Détermination des paramètres de l'expérience 1

Constante de raideur de l'élastique : $k = 43\,N/m \pm 1.5\,N/m$



Vitesse du tapis roulant calculée:

$v_b = 0.034\,m/s$

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta l}$$

$$\Delta F = g\left(m_1 - m_2\right) = 0.90\,N \pm 0.001\,N$$

$$\Delta l = l_1 - l_2 = 0.021\,m \pm 0.0005\,m$$

Annexe 2 – Détermination des paramètres de l'expérience 1

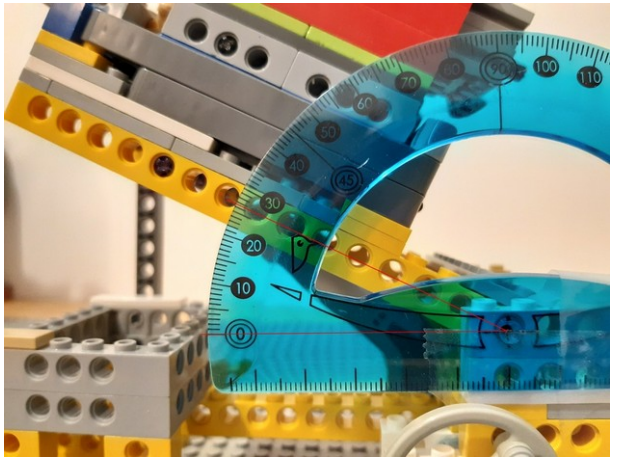
Masse du mobile :

$m = 145\,g \pm 1\,g$

Coefficient d'adhérence :

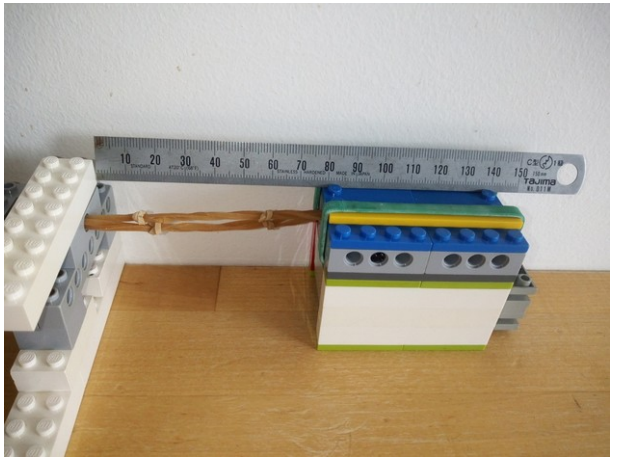
$\theta = 27\,deg \pm 0.3\,deg$

$\mu = 0.50 \pm 0.015$

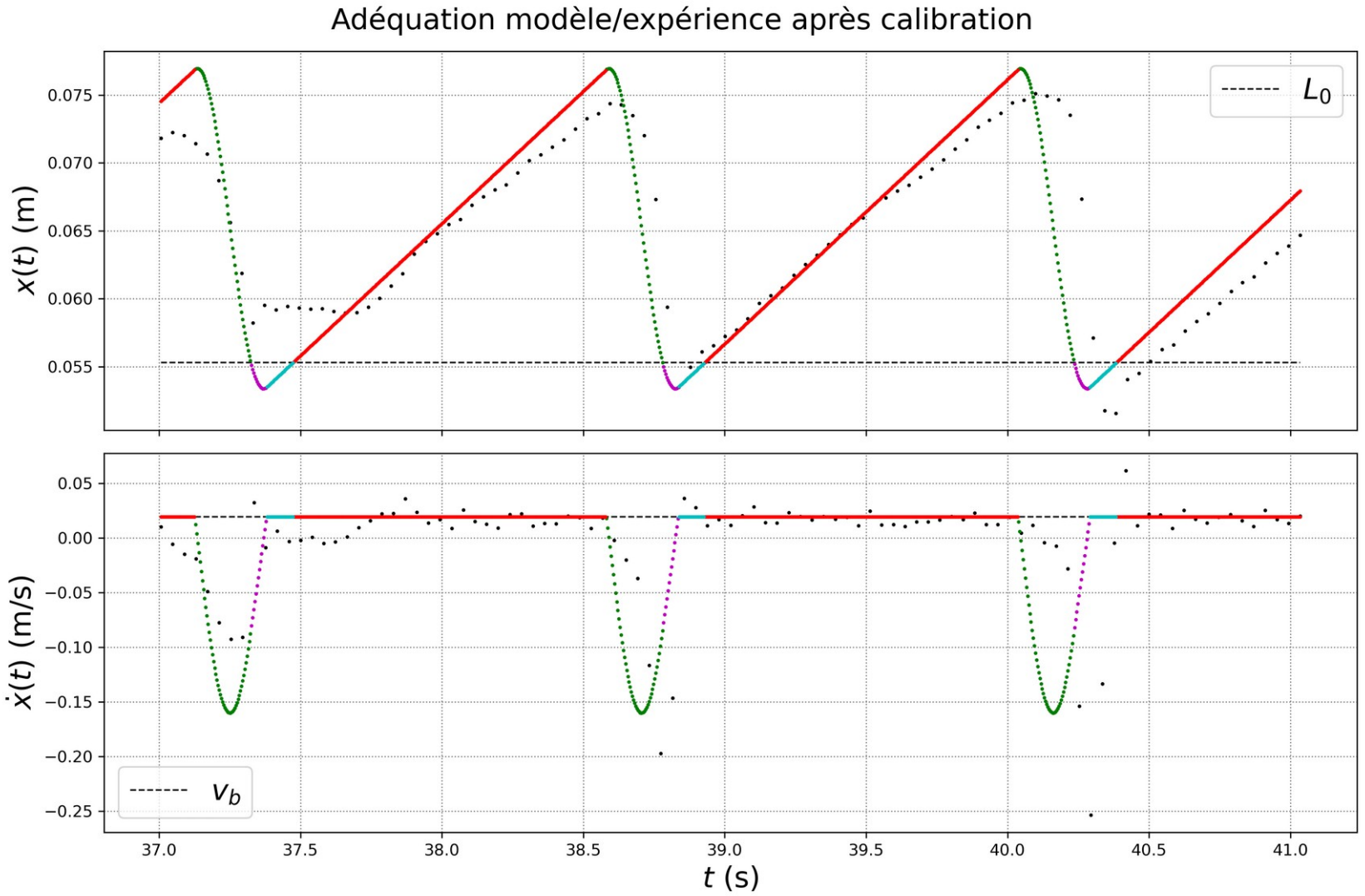


Longueur à vide de l'élastique :

$L_0 = 7.8\,cm \pm 0.05\,cm$



Annexe 3 – Ancien montage de l'expérience 1



Mesures réalisées avec un téléphone

Résolution temporelle
30 images/seconde

Résolution spatiale
98,1 pixels/cm

$$\delta t = 33.3\,ms \gg 4.17\,ms$$
$$\delta x = 0.102\,mm \approx 0.153\,mm$$

Annexe 4 – Code de la détection de position, expérience 1

```
# Trouve l'abscisse du bord gauche du mobile
# Ce bord correspond a l'ensemble des pixels rouges les plus a gauche
# de l'image
# On prend l'abscisse moyenne de l'ensemble des points du bord pour lisser
# les petites rotations lors de la phase de glissement
def findJMin(image):
    # Conversion pixel->metre
    pixel_metre = 63e-3/412
    s = image.shape
    red_border = []
    # Lignes susceptibles de contenir l'image du mobile
    rowMin = 250
    rowMax = 500
    # Pour chaque ligne de la bande considérée, on cherche la première occurence
    # de 1 (=True), c'est-à dire le premier pixel rouge, en faisant l'hypothèse
    # que chaque ligne commence par 0 (False)
    # S'il n'y a pas de rouge sur la ligne considérée, firts[i]==0
    first = np.argmax((image[rowMin:rowMax,:,2]>128) & \
                      (image[rowMin:rowMax,:,1]<64) & \
                      (image[rowMin:rowMax,:,0]<64), axis=1)
    for i in range(rowMax - rowMin):
        if first[i] > 0:
            red_border.append(first[i])
    xMean = sum(red_border) / len(red_border)
    # Renvoie l'abscisse moyenne du bord gauche du mobile en mètre
    return pixel_metre * xMean
```

Annexe 5 – Code du modèle physique, expérience 1

```python
# param = [L_0, mu, nu, k, m, v_b]
def transition(t, X, param):
    # Etat courant: position x, vitesse x_dot
    x = X[0]
    x_dot = X[1]
    # Parametres du modele
    L_0, mu, nu, k, m, v_b, g = param
    # Force de rappel de l'elastique
    F = -k * max(0.0, x - L_0)
    # Evolution de l'etat: dx, dx_dot
    # Phase de glissement (slip)
    if x_dot < v_b:
        return [x_dot, (F + nu * m * g) / m]
    # Phase d'adherence (stick): la force de frottement statique, opposee a F,
    # est inferieure a la limite d'adherence
    # Ici il est inutile de tester que x_dot == v_b puisqu'on n'est pas passe
    # dans le bloc precedent
    resultante = F + mu * m * g
    if -F <= mu * m * g:
        return [v_b, 0.0]
    # Transition entre l'adherence et le glissement
    return [x_dot, resultante / m]
```

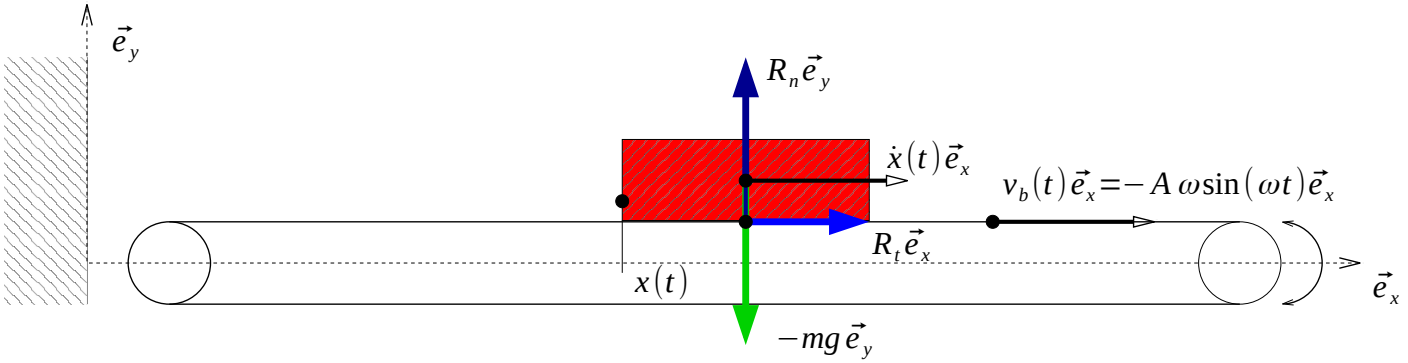
Annexe 6 – Code de la résolution du modèle, expérience 1

```
53 # Modele physique de stick-slip par integration des equations de la dynamique
54 # decrites dans la fonction de transition
55 # param = [L_0, mu, nu, k, m, v_b, x_0, v_0, dt, t_max, g]
56 def model_scipy(param):
57     from scipy.integrate import ode
58     param_transition = param[0:6] + [param[10]]
59     y0 = [param[6], param[7]]
60     r = ode(transition).set_integrator('vode', method='bdf')
61     r.set_initial_value(y0, 0).set_f_params(param_transition)
62     list_t = [0.0]
63     list_xv = [y0]
64     dt = param[8]
65     t_max = param[9]
66     while r.t < t_max:
67         list_t.append(r.t + dt)
68         list_xv.append(r.integrate(r.t + dt))
69     list_t = np.array(list_t)
70     list_xv = np.array(list_xv)
71     return [list_t, list_xv]
```

Annexe 7 – Code de calibration, expérience 1

```
39 # Modele physique de stick-slip par integration des equations de la dynamique
40 # decrites dans la fonction de transition
41 # param = [L_0, mu, nu, k, m, v_B, x_0, v_0, dt, T]
42 import physique as ph
43
44 # Fonction a minimiser pour trouver les meilleurs parametres du modele
45 # afin de reproduire les mesures experimentales
46 def cost(param, args):
47     dt = args[0]
48     T = args[1]
49     x_exp = args[2]
50
51     # Ici on integre les equations du stick-slip avec les parametres etudies
52     list_t, list_xv = ph.model_scipy(list(param) + [dt, T] + [9.81])
53
54     # Ecart entre les positions calculees et les positions mesurees
55     x = list_xv[0:len(x_exp), 0]
56     dx = x - x_exp
57     dx2 = dx.dot(dx.T)
58     return dx2
59
60 cost_args = [dt, T, x_exp]
61
62 from scipy.optimize import minimize
63 res = minimize(cost, initialParam, cost_args, options={'disp': False}, \
64                method='Nelder-Mead')
65
66 print("Final   param=", np.array(res.x), "cost=", res.fun)
```

Annexe 8 – Modélisation expérience 2



En phase de collage les vitesse du mobile et du support sont égales :

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=v_b(t)=-A\,\omega\sin(\omega t) \\ R_t=m\,\ddot{x}(t)=-mA\,\omega^2\cos(\omega t)\Rightarrow \alpha=\dfrac{A\,\omega^2}{\mu\,g}\leq 1 \\ |R_t|\leq \mu\,mg \end{cases}$$

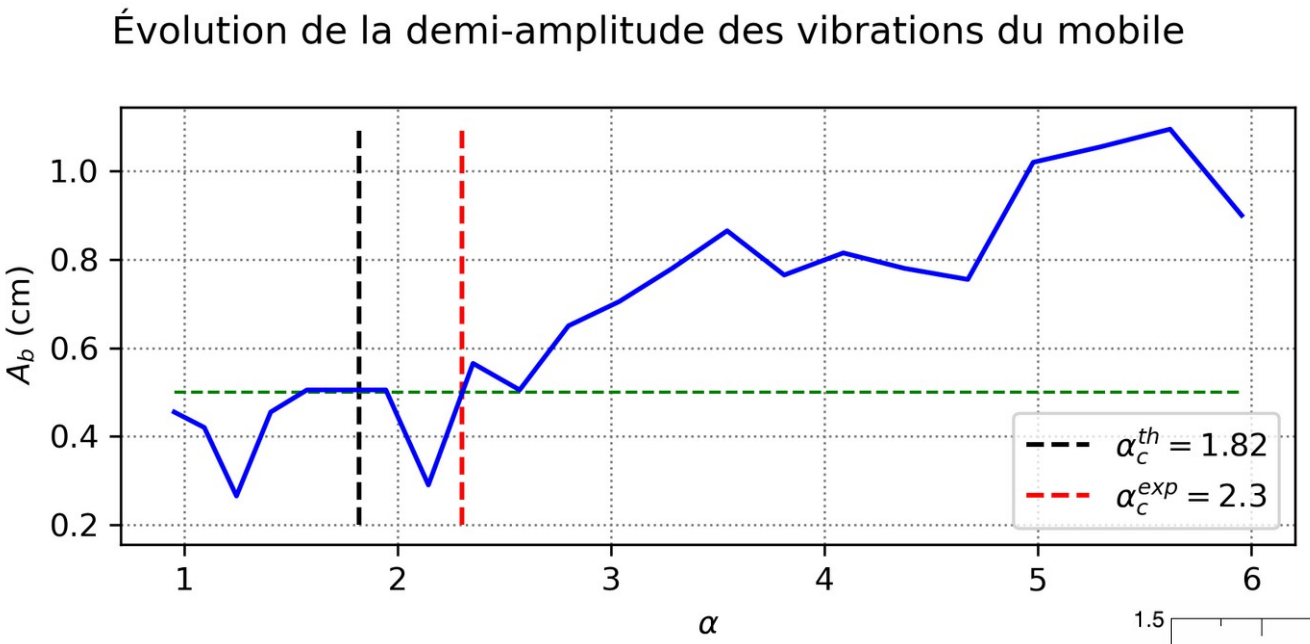
En phase de glissement la réaction tangentielle est de norme constante et s'oppose au mouvement $(\nu=\mu)$:

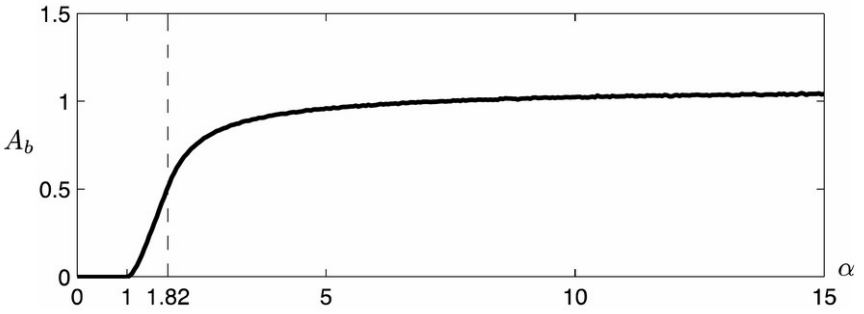
$$m\,\ddot{x}(t)=-\mu\,mg\,\frac{\dot{x}(t)}{|\dot{x}(t)|}$$

Le glissement est permanent si $|\dot{x}(t)|\geq|v_b(t)|=A\,\omega|\sin(\omega t)|$ sur une demi-période du mouvement, soit après résolution :

$$\alpha\geq\sqrt{1+\frac{\pi^2}{4}}\simeq 1.82$$

Annexe 9 – Exploitation des résultats expérimentaux, expérience 2



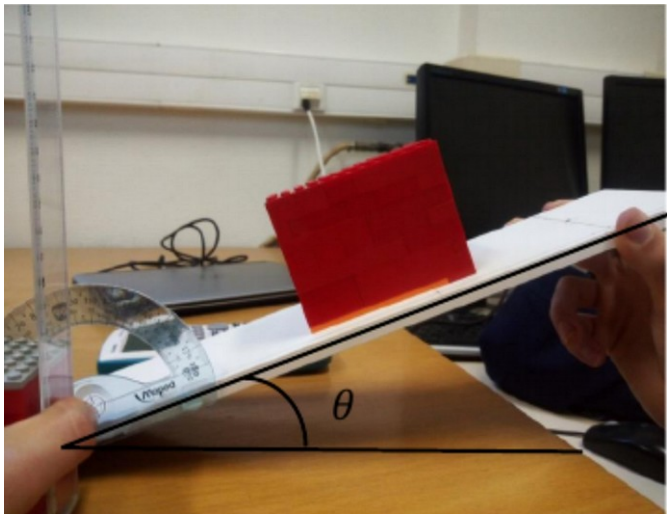


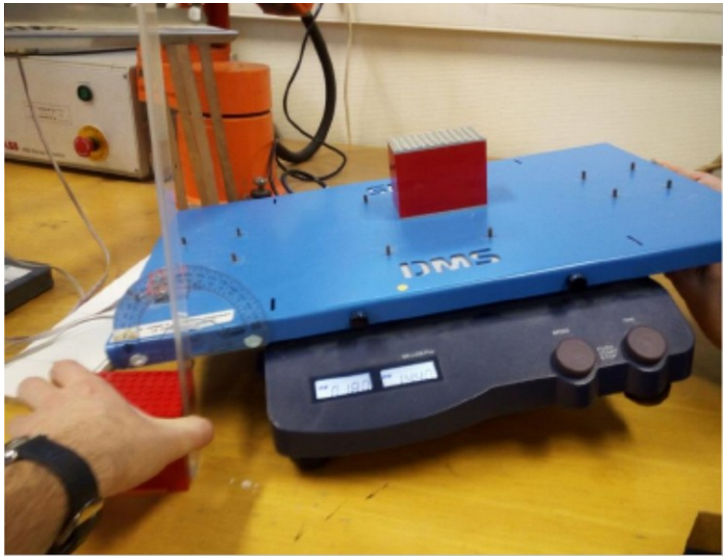
- Mode stick/slip dès $\alpha = 1.5$
- Transition vers slip $\alpha_c^{\exp} = 2.3 > \alpha_c^{th}$
- On observe bien la croissance de A_b en fonction de α

Annexe 10 – Détermination du coefficient d'adhérence, expérience 2

$\theta = 13\,deg \pm 0.03\,deg$

$\mu = 0.23 \pm 0.03$

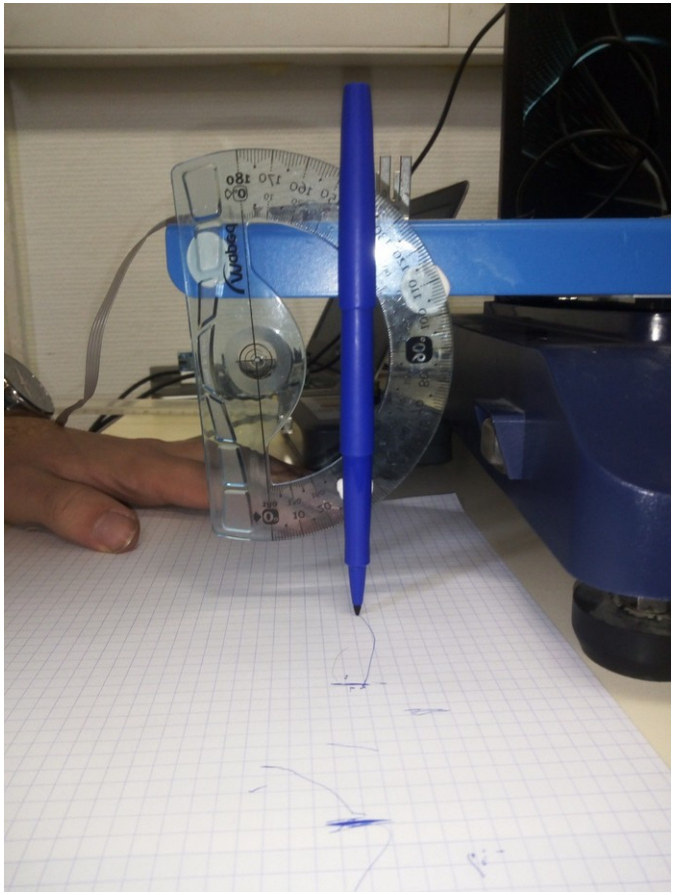




Mesure du coefficient d'adhérence :

- deux blocs de mêmes dimensions
- même matériaux d'interface
- masses différentes
- même angle limite d'adhérence

Annexe 11 – Mesure de l'amplitude d'oscillation de la table vibrante, expérience 2

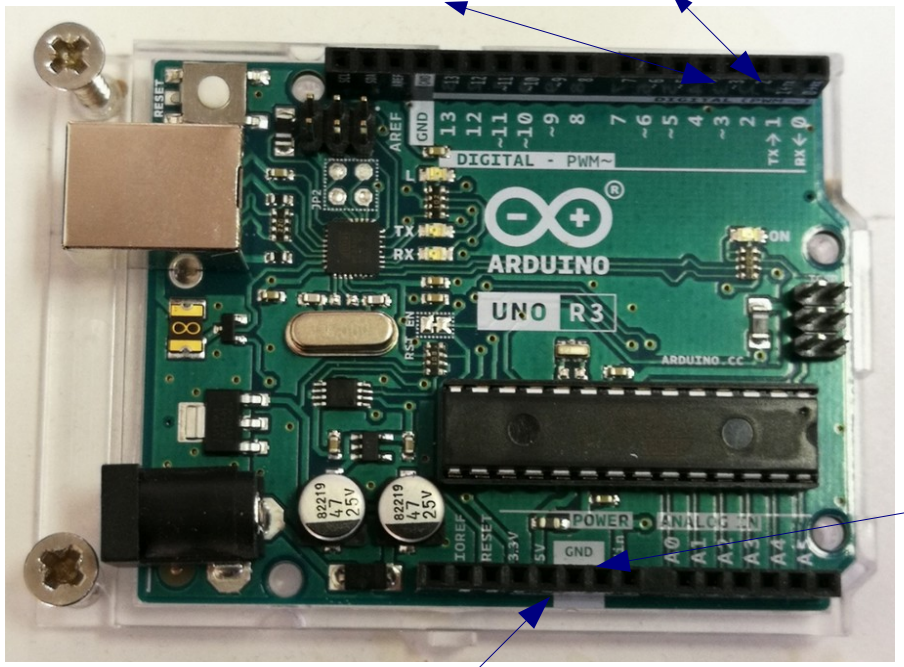


Après avoir effectué la manipulation une dizaine de fois, on trouve :

$A = 1\,cm$

Annexe 12 – Module ARDUINO

Bornes de branchement pour l'information (3 : Echo, 2 : TRIG)



Masse

Alimentation du capteur

Code du module ARDUINO :

```
#include <HCSR04.h>

// defines pins numbers / definition des broches du capteur
const int trigPin = 2;
const int echoPin = 3;

// Initialize sensor that uses digital pins trigPin and echoPin /
UltraSonicDistanceSensor distanceSensor(trigPin, echoPin);
void setup() {
  // We initialize serial connection so that we could print value
  Serial.begin(9600);
}
void loop() {
  // Every 500 miliseconds, do a measurement using the sensor and
  Serial.println(distanceSensor.measureDistanceCm());
  delay(5);
}
```

Annexe 13 – Code ARDUINO

```
#include <HCSR04.h>

// defines pins numbers / definition des broches du capteur
const int trigPin = 2;
const int echoPin = 3;

// Initialize sensor that uses digital pins trigPin and echoPin /
UltraSonicDistanceSensor distanceSensor(trigPin, echoPin);
void setup() {
  // We initialize serial connection so that we could print value
  Serial.begin(9600);
}
void loop() {
  // Every 500 miliseconds, do a measurement using the sensor and
  Serial.println(distanceSensor.measureDistanceCm());
  delay(5);
}
```

Affectation des bornes TRIG et ECHO

Fonction importée avec la bibliothèque du capteur

Temps entre deux mesures (5 ms)

Annexe 14 – Code de tracé des courbes, expérience 2

```
import os
import matplotlib.pyplot as plt
os.chdir('C:\\Users\\Utilisateur\\Desktop')


def courbes(j):   #numero de colonne
    k=2*j
    interm=[]
    H=[]
    P=[]
    fich= open('massefaible2.csv','r')
    fich.readline()
    for ligne in fich:
        L=ligne.split(';')
        interm.append(L[k])
        if L[k]!='':
            H.append(L[k][0:12])
            P.append(float(L[k][16:]))
    Hf=[]
    for i in H:
        i.replace(':','.')
        Hf+=[float(i[6:])]
    a=Hf[0]
    for i in range(len(Hf)):
        Hf[i]=Hf[i]-a
    M=max(P)
    m=min(P)


    plt.xlabel('temps en secondes')
    plt.ylabel('position en cm')
    plt.ylim(10,40)
    plt.text(1,35,M)
    plt.text(1,33,m)
    plt.plot(Hf,P)
    plt.title(j*10+150)
    plt.show()
    return Hf, P,j
```

Tracé de x(t)

Tracé de v(t)

```
def vitesse(H,P,c):
    V=[]
    for i in range(len(P)-1):
        v=[(float(P[i+1])-float(P[i]))/0.005]
        V.append(v)
    plt.xlabel('temps en secondes')
    plt.ylabel('vitesse en cm/s')
    plt.ylim(-400,400)
    # plt.text(1,35,M)
    # plt.text(1,33,m)
    plt.plot(H,V)
    plt.title(c*10+150)
    plt.show()

#eviter courbes 7 pour masseélevée
#eviter courbe 4 et 7 pour massefaible
H,P,k=courbes(5)
Hff=H[0:len(H)-1]
vitesse(Hff,P,k)
```