Dernière semaine de khôlle de l'année. Un grand merci aux interrogatrices et interrogateurs pour leur précieuse collaboration tout au long cette année !

Séries numériques

1. Généralité

Vocabulaire : sommes partielles, séries et suites associées.
Convergence et divergence d'une série, reste.
Cas fondamental des séries géométriques.
Condition nécessaire de convergence, divergence grossière.
Séries et combinaisons linéaires de suites.
Liens suites/séries : sommes télescopique.

2. Séries à termes positifs

Condition de convergence, série majorée.
Convergence/divergence et comparaisons de suites ($\leqslant$ ou O).
Cas de suites équivalentes positives : les séries associées sont de même nature et on a de plus équivalence des sommes partielles si elles divergent et des restes si elles convergent.

3. Comparaison série/intégrale dans le cas monotone

Retour sur la méthode de monotonie-intégrale. Encadrement des sommes partielles.
Application : critères de convergence des séries de Riemann.

4. Convergence absolue

Parties positives et négatives d'une réel, expression de tout réel x et de $|x|$ à l'aide de x^+ et x^-.
Définition de la convergence absolue.
Dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$, la convergence absolue implique la convergence.
Application : une fonction k-lipschitzienne, avec $k < 1$ possède un unique point fixe, qui est la limite de la suite récurrente définie par $u_0 \in I$ et $u_{n+1} = f(u_n)$, et ce quelque soit le nombre u_0 choisi.
Application : formule de Stirling.

5. Critère Spécial des séries alternées

Énoncé, démonstration. Majoration du reste.

Questions de cours

Q.1 Convergence des séries géométriques.

Q.2 Démontrer que si $\sum u_n$ converge, alors la suite (u_n) ...
Démontrer que la réciproque à cette proposition est fausse.

Q.3 Séries de suites réelles positives et relations de comparaison : énoncés et démonstration

Q.4 Séries de suites réelles positives équivalentes : énoncés et démonstration.

Q.5 `[facultative]` Séries de suites réelles positives équivalentes : comparaison des restes dans le cas convergent.

Q.6 `[facultative]` Séries de suites réelles positives équivalentes : comparaison des sommes partielles dans le cas divergent.

Q.7 Critère de convergence des séries de Riemann : énoncé et démonstration.

Q.8 Démontrer que la série $\sum \frac{(-1)^n}{n+1}$ converge. Calcul de sa somme.

Q.9 Démontrer que la convergence absolue d'une série entraîne la convergence.

Q.10 `[facultative]`
Théorème du point fixe pour une application k-lipschitzienne avec $k < 1$.

Q.11 Démontrer qu'il existe un réel $\lambda > 0$ tel que $n! \underset{n\to+\infty}{\sim} \lambda$....
(formule à compléter : formule de Stirling sans la détermination de la constante, la valeur de la constante est à connaître.).

Q.12 Critère Spécial de Séries Alternées : énoncé et démonstration.

À venir : intégrale sur un segment, espaces euclidiens.