

PROGRAMME DE COLLE

Numéro de semaine : 2.

Semaine du 21/9/2026 au 25/9/2026

Questions de cours :

1. Preuve formelle de la factorisation de l'expression $a^n - b^n$ par $(a - b)$.
En déduire la factorisation de $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ par ...
2. Preuve de la formule du binôme de Newton.
3. Montrer que $\left(\sum_{k=1}^n x_k\right)^2 = \sum_{\substack{1 \leq k \leq n \\ 1 \leq j \leq n}} x_k x_j = 2 \sum_{1 \leq k < j \leq n} x_k x_j + \sum_{i=1}^n x_i^2$.
4. Montrer par récurrence que tout entier naturel ≥ 2 admet au moins un diviseur premier.
5. Montrer par analyse/synthèse qu'une fonction réelle d'une variable réelle s'écrit de manière unique comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
6. Montrer qu'une composée d'applications inj/surj/bij est inj/surj/bij.
7. Montrer que $v \circ u$ injective implique u injective + montrer que cela n'implique pas v injective.
8. Montrer que $v \circ u$ surjective implique v surjective + montrer que cela n'implique pas u surjective.
9. Soit u est une application de E dans F . Si A et A' sont des parties de E , y a-t-il égalité entre $u(A \cap A')$ et $u(A) \cap u(A')$ (on justifiera les réponses aux deux inclusions suggérées par la question).
10. Montrer que, parmi les entiers ne s'écrivant qu'avec des 7, il existe au moins un multiple de 61.

Thème de la colle :

Manipulation des symboles sommatoires (y compris les sommes doubles).

Manipulation de $\sum_{k=\dots}^{\dots}$ et $\prod_{k=\dots}^{\dots}$, changements d'indices. **Processus télescopiques.**

Notation factorielle.

Rappels sur les suites arithmétiques et géométriques.

Sommes de termes consécutifs de ces suites.

Éléments de logique. Ensembles. Applications entre ensembles.

1. Logique et méthodes de raisonnement, définition des quantificateurs, négation d'assertions.
2. Raisonnement par récurrence.
3. Introduction à la théorie des ensembles (réunion, intersection, complémentaire,...)
4. Applications entre ensembles, définition, injectivité, surjectivité, bijectivité. Bijection réciproque d'une application bijective. Image directe et réciproque d'un ensemble par une application.
5. Principe des tiroirs de Dirichlet.

Consignes particulières :

Je souhaiterais que tous les élèves aient, après la question de cours, un exercice impliquant les notions d'injectivité et de surjectivité.

Dans ce programme de colle, il est essentiel que les élèves sachent faire une récurrence propre, convaincante et structurée.

Les erreurs sur les formules de trigonométrie doivent être sanctionnées.

Bonnes interrogations, soyez exigeants, insistez là où les élèves ont du mal et n'hésitez pas à réexpliquer ce qui est/ a été mal compris.

Vincent Bayle

Je suis joignable

- par téléphone au 09-50-28-23-28 ou au 06-74-52-23-64,
- par courrier électronique à l'adresse 120bayle2@free.fr,
- par courrier postal, à mon adresse personnelle : 2, Impasse des Bernaches, 31280-DREMIL LAFAGE.