

PROGRAMME DE COLLE

Numéro de semaine : 5

Semaine du 12/10/2026 au 17/10/2026.

Questions de cours :

1. L'ensemble des similitude directes du plan complexe est un groupe pour la composition (la preuve de la bijectivité des similitudes fait partie de la question).
2. Savoir classifier et interpréter une similitude directe donnée sous la forme $z \mapsto az + b$ sur un exemple, savoir donner l'expression complexe d'une similitude dont on connaît les éléments caractéristiques.
3. Résolution de $e^z = z_0$ où $z_0 \in \mathbb{C}^*$.
4. Montrer l'unicité de l'élément neutre et du symétrique d'un élément sous des hypothèses sur la loi à préciser.
5. Preuve de la caractérisation d'un sous-groupe, application au fait que $(\mathbb{U}_n, \times)$ est un sous-groupe de $(\mathbb{U}, \times)$ ou de $(\mathbb{C}^*, \times)$.
6. Si φ est un morphisme de groupes de G_1 (de neutre e_1) dans G_2 (de neutre e_2), calculer $\varphi(e_1)$, $\varphi(g^{-1})$ et $\forall p \in \mathbb{Z}$, $\varphi(g^p) = \varphi(g)^p$. (illustration avec des morphismes usuels : $\ln$, $z \mapsto \bar{z}$, $z \mapsto e^z$)
7. Montrer que l'image directe d'un sous-groupe par un morphisme de groupes est un sous-groupe du groupe d'arrivée.
8. Montrer que l'image réciproque par un morphisme de groupes d'un sous-groupe est toujours un sous-groupe du groupe de départ, application : le noyau d'un morphisme est un sous-groupe, $(\mathbb{U}_n, \times)$ est un sous-groupe de $(\mathbb{C}^*, \times)$.
9. Montrer qu'un morphisme de groupes est injectif si et seulement si son noyau est réduit à l'élément neutre.

Thèmes de la colle :

Nombres complexes.

1. Racines de l'unité. Applications à la résolution d'équations du type $(z + a)^n - (z - a)^n = 0$.
2. Interprétation géométrique du module et des arguments d'un complexe non nul.
Rotations, homothéties et translations.
Similitudes directes.
3. Fonction exponentielle complexe.

Structures algébriques

Lois de composition. Propriétés.

Groupes. Sous-groupes. Morphismes de groupes.

Illustration des notions de groupes, de sous-groupes, de morphismes de groupes et de noyau d'un morphisme de groupe avec les nombres complexes, les applications, ...

Rappels d'analyse, encadrer, majorer, minorer.

1. Fonctions partie entière, valeur absolue.
2. Fonctions majorées, minorées lipschitziennes, paires, impaires, périodiques.

Consignes particulières :

Bonnes interrogations, soyez exigeants, insistez sur les points qui ont été mal compris et n'hésitez pas à réexpliquer pour aider les élèves à se corriger.

Vincent Bayle

Je suis joignable

- par téléphone au 09-50-28-23-28 ou au 06-74-52-23-64,
- par courrier électronique à l'adresse 120bayle2@free.fr,
- par courrier postal, à mon adresse personnelle : 2, Impasse des Bernaches, 31280-DREMIL LAFAGE.