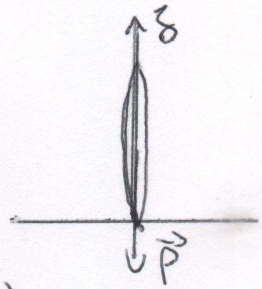
exercice 9 sur la loi du moment cinétique (mouvement de salsa)

système : Maria

référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des moments scalaires : $M_\Delta(\text{frottements}) = C_f$

$M_\Delta(\text{poids}) = 0$ car $\vec{P} \parallel (Oz)$



1. La loi du moment cinétique conduit à $J_1\ddot{\theta} = C_f$ qu'il est possible d'intégrer une fois pour trouver la durée de rotation puis une deuxième fois pour trouver C_f. Mais il est plus rapide d'intégrer la loi de la puissance cinétique :

$$\frac{dE_c}{dt} = \sum_i M_{\Delta,i}\,\dot{\theta} = C_f\dot{\theta} \Rightarrow \Delta E_c = 0 - \frac{1}{2}J_1\omega_0^2 = \int_0^{\theta_f = 2\pi} C_f\,d\theta = 2\pi C_f$$

$$\Leftrightarrow C_f = -\frac{J_1\omega_0^2}{4\pi} \simeq \boxed{-7{,}5\ \text{N}}$$ (valeur négative)

2. L'énergie dissipée par frottement est égale à l'énergie perdue par le système donc à $-\Delta E_c = \frac{1}{2}J_1\omega_0^2 \simeq \boxed{47\ \text{J}}$

3. Pendant que Maria replie ses bras, le moment cinétique se conserve car cela se fait quasi instantanément ($\Delta L_\Delta = C_f\Delta t \simeq 0$) donc $J_1\omega_0 = J_2\omega'_0$ avec ω'_0 la nouvelle vitesse angulaire après repliement des bras.

Par intégration de la loi de la puissance cinétique entre la date $t=0$ du repliement des bras et la date t_f de l'arrêt (correspondant à θ_f) :

$$\frac{dE_c}{dt} = C_f\dot{\theta} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}J_2\omega_0'^2 = \int_0^{\theta_f} C_f\,d\theta = C_f\theta_f$$

$$\Leftrightarrow \theta_f = \frac{-\frac{1}{2}J_2\omega_0'^2}{C_f} = \frac{-\frac{1}{2}J_2\omega_0'^2}{-\frac{J_1\omega_0^2}{4\pi}} = 2\pi\frac{J_2}{J_1}\times\left(\frac{\omega'_0}{\omega_0}\right)^2$$

$$= 2\pi\times\frac{J_2}{J_1}\times\left(\frac{J_1}{J_2}\right)^2 = 2\pi\frac{J_1}{J_2} = \boxed{2\pi\times 3}$$

Maria va donc effectuer <u>3 tours avant de s'arrêter.</u>