

III Mécanique

1. Cinématique

1. En coordonnées polaires : $r(t) = V_0 t$ et $\theta(t) = \omega_0 t$

2. donc $r = V_0 \times \frac{\theta}{\omega_0} = \frac{V_0}{\omega_0} \theta$ équation de la trajectoire de type spirale.

3. $\vec{O\Gamma} = r \vec{e}_r = V_0 t \vec{e}_r$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{O\Gamma}}{dt} = V_0 \vec{e}_r + V_0 t (\dot{\theta} \vec{e}_\theta) = V_0 \vec{e}_r + V_0 \omega_0 t \vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = V_0 \omega_0 \vec{e}_\theta + V_0 \omega_0 \vec{e}_\theta + V_0 \omega_0 t \times (-\omega_0 \vec{e}_r) = -V_0 \omega_0^2 t \vec{e}_r + 2\omega_0 V_0 \vec{e}_\theta$$

$$\text{et } \|\vec{v}_0\| = \sqrt{V_0^2 + (V_0 \omega_0 t)^2} = V_0 \sqrt{1 + (\omega_0 t)^2}$$

4. Dans la base cartésienne : $\begin{cases} x(t) = r(t) \cos(\theta(t)) = V_0 t \cos(\omega_0 t) \\ y(t) = r(t) \sin(\theta(t)) = V_0 t \sin(\omega_0 t) \end{cases}$

5. Pour un observateur fixe par rapport au bras de la grue, le mouvement du chariot est rectiligne uniforme (à la vitesse V_0). Soit $\vec{u}_x$ le vecteur directeur du bras de la grue.

$$\vec{v}_{/grue} = V_0 \vec{u}_x \text{ donc } \vec{a}_{/grue} = \vec{0} \text{ et } \vec{O\Gamma} = V_0 t \vec{u}_x$$

2. Dynamique

Système : balancelle assimilée à G ; référentiel : l'enstre supposé galiléen } PFD: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$

2. Dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$: $\begin{cases} \text{sur } \vec{e}_r : -T \sin \varphi + 0 = -m(L + R \sin \varphi) \Omega^2 \\ \text{sur } \vec{e}_\theta : 0 = m r \dot{\Omega} = 0 \text{ car } \Omega = \text{cte} \\ \text{sur } \vec{e}_z : -T \cos \varphi + P = m \ddot{s} = 0 \end{cases}$

3. La nacelle étant immobile dans le référentiel tournant alors $\ddot{s} = 0$ et $T = \frac{mg}{\cos \varphi}$ donc $\Omega^2 = \frac{mg \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}}{m(L + R \sin \varphi)}$

$$\text{d'où } \Omega = \sqrt{\frac{g \tan \varphi}{L + R \sin \varphi}}$$

5. Pour une variation $\Delta \Omega$ donnée, d'après le graphique ci-contre, on observe que la variation $\Delta \varphi$ est beaucoup plus importante au voisinage de $\pi/4$.
Pour provoquer un maximum de sensations en faisant varier Ω , il est donc préférable de se placer au voisinage de $\varphi \approx \frac{\pi}{4}$ donc pour $\Omega \approx 1.1 \text{ rad.s}^{-1}$

