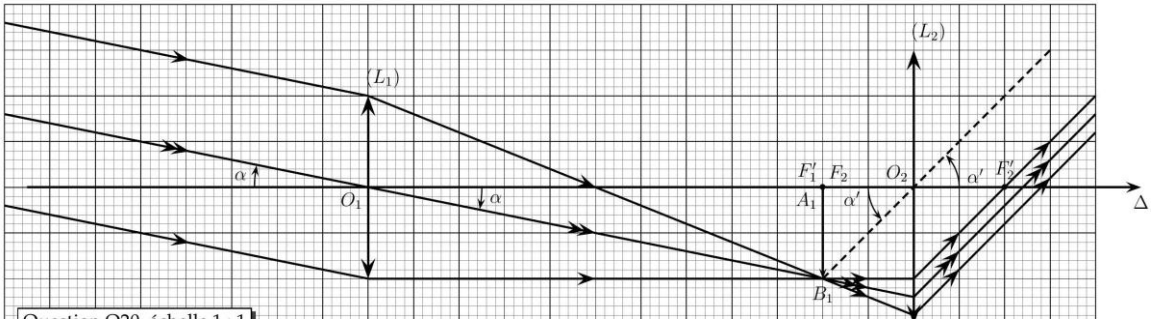
DS 2 - CORRECTION

Questions de cours

1. Voir cours.

2. La solution est $\boxed{u(t) = U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \text{ avec } \tau = 0{,}5\ s}$

3. Tracé du faisceau de lumière :



4. Voir cours.

Exercice 1 : chimie

1. Nous dressons le tableau d'avancement relatif à la réaction étudiée, avec $n_0 = 0{,}500$ mol :

	$\mathrm{COBr_2(g)}$	=	$\mathrm{CO(g)}$	+	$\mathrm{Br_2(g)}$
EI/mol	n_0		0		0
EF/mol	$n_0 - \xi$		ξ		ξ

et nous exprimons la constante d'équilibre K° vérifiée dans l'état final (observation de l'équilibre chimique) :

$$K^\circ = \frac{p_{\mathrm{CO}} \times p_{\mathrm{Br_2}}}{p_{\mathrm{COBr_2}} \times p^\circ}$$

avec chaque pression partielle exprimée sous la forme : $p_i = \frac{n_\mathrm{i}}{n_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{g}}} P_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{g}}$

Dans cette expression $n_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{g}}$ désigne la quantité de matière totale gazeuse et $P_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{g}}$ la pression totale.

$n_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{g}} = n_0 + \xi$ donc :

$$K^\circ = \frac{n_{\mathrm{CO}} \times n_{\mathrm{Br_2}}}{n_{\mathrm{COBr_2}} \times n_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{g}}} \times \frac{p_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{g}}}{p^\circ} = \boxed{\frac{{\xi_{\mathrm{eq},1}}^2}{(n_0 - \xi_{\mathrm{eq},1})(n_0 + \xi_{\mathrm{eq},1})} \left(\frac{p_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{g}}}{p^\circ}\right)}$$

2. On en déduit :

$$K^\circ = \frac{{\xi_{\mathrm{eq},1}}^2}{(n_0 + \xi_{\mathrm{eq},1})(n_0 - \xi_{\mathrm{eq},1})} \left(\frac{n_0 + \xi_{\mathrm{eq},1}}{V p^\circ}\right) RT$$
$$= \boxed{\frac{{\xi_{\mathrm{eq},1}}^2}{(n_0 - \xi_{\mathrm{eq},1})} \left(\frac{RT}{V p^\circ}\right)}$$

Numériquement : $\boxed{5{,}46 = \frac{{\xi_{\mathrm{eq},1}}^2}{(0{,}500-\xi_{\mathrm{eq},1})}\left(\frac{8{,}314\times 293}{2{,}00\times 10^{-3}\times 10^5}\right)}$

3. Cette équation du second degré conduit à la solution $\xi_{\mathrm{eq},1} = 0{,}10\ \mathrm{mol}$ (on élimine l'autre solution car elle est supérieure à $\xi_{\max} = 0{,}500\ mol$).

La composition à l'équilibre est donc : 0,10 mol de monoxyde de carbone et de dibrome, et 0,40 mol de $COBr_2$.

Le pourcentage de $COBr_2$ décomposé à cette température est égal à : $\boxed{\frac{0{,}10}{0{,}500}\times 100 = 20\ \%}$

4. Le quotient de réaction juste après l'ajout s'écrit :

$$Q_r = \frac{\xi_{\mathrm{eq},1}(\xi_{\mathrm{eq},1}+\mathrm{n}')}{(n_0-\xi_{\mathrm{eq},1})(n_0+n'+\xi_{\mathrm{eq},1})}\left(\frac{p}{p^\circ}\right) = \frac{\xi_{\mathrm{eq},1}(\xi_{\mathrm{eq},1}+\mathrm{n}')}{(n_0-\xi_{\mathrm{eq},1})(n_0+n'+\xi_{\mathrm{eq},1})}\left(\frac{n_0+n'+\xi_{\mathrm{eq},1}}{Vp^\circ}\right)RT$$
$$= \boxed{\frac{\xi_{\mathrm{eq},1}(\xi_{\mathrm{eq},1}+\mathrm{n}')}{(n_0-\xi_{\mathrm{eq},1})}\left(\frac{RT}{Vp^\circ}\right)}$$

Remarque : on ne peut pas juste répondre que seul *n*(CO) a changé donc on ne change qu'un $\xi_{\mathrm{eq},1}$ en $(\xi_{\mathrm{eq},1}+\mathrm{n}')$ car $n_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{g}}$ a aussi changé en $(n_0+n'+\xi_{\mathrm{eq},1})$… Donc il faut au moins en parler dans le raisonnement (ou faire la démonstration comme ci-dessus).

5. $Q_r > K^\circ$ car $\xi_{\mathrm{eq},1}+\mathrm{n}' > \xi_{\mathrm{eq},1}$

Donc le système évolue dans le sens indirect.

6. Lorsqu'un nouvel état d'équilibre est observé, Q_r est à nouveau égal à la constante d'équilibre et l'avancement $\xi_{\mathrm{eq},2}$ de la réaction vérifie alors l'équation :

$$\boxed{K^\circ = \frac{\xi_{\mathrm{eq},2}\left(\xi_{\mathrm{eq},2}+\mathrm{n}'\right)}{\left(\mathrm{n}_0-\xi_{\mathrm{eq},2}\right)}\left(\frac{RT}{Vp^\circ}\right)}$$

Exercice 2 : étude d'un viseur

A- Système afocal

1. Le système est afocal si l'image par le système d'un point situé à l'infini A_∞ est elle même à l'infini A'_∞. Or, l'image A_1 de A_∞ est dans le plan focal image de (L_1) et pour que A_1 forme par (L_2) une image à A'_∞ à l'infini, il faut que A_1 soit dans le plan focal objet de (L_2). En prenant A_∞ sur Δ, on a $A_1 = F'_1 = F_2$.

On peut résumer ainsi : $A_\infty \overset{(L_1)}{\longrightarrow} A_1 = F'_1 = F_2 \overset{(L_2)}{\rightarrow} A'_\infty$

Par décomposition, $D = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2} = f'_1 - f_2$ avec $f_2 = -f'_2$ la distance focale objet de (L_2).

On a donc $\boxed{D = f'_1 + f'_2 = 12\ \mathrm{cm}}$

2. Dans les triangles $O_1A_1B_1$ et $A_1B_1O_2$, on lit successivement :

$$\tan\,\alpha \simeq \alpha = \frac{\overline{F'_1B_1}}{\overline{O_1F'_1}} < 0 \text{ et } \tan\,\alpha' \simeq \alpha' = \frac{\overline{F_2B_1}}{\overline{O_2F_2}} > 0$$

d'où $\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} \simeq -\frac{f'_1}{f'_2} = -5{,}0}$

Valeur dont on vérifie la cohérence sur la figure réalisée dans les questions de cours.

B- Objet à distance finie

3. On reprend le même raisonnement que dans la question 1 mais cette fois, A est à distance finie : $\overline{O_1A} = -20$ cm.

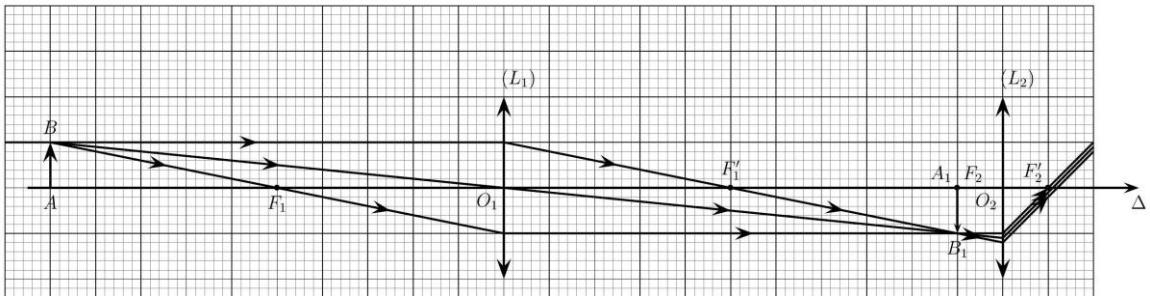
On peut résumer ainsi : $A \overset{(L_1)}{\rightarrow} A_1 = F_2 \neq F_1' \overset{(L_2)}{\rightarrow} A'_\infty$

L'image de A par (L_1) doit être F_2 et en appliquant la relation de conjugaison de Descartes à (L_1), on obtient

$$\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow \overline{O_1F_2} = \frac{f_1' \cdot \overline{O_1A}}{f_1' + \overline{O_1A}} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2} = D - f_2'$$

D'où $\boxed{D = f_2' + \frac{f_1' \cdot \overline{O_1A}}{f_1' + \overline{O_1A}}}$ et avec $\overline{O_1A} = -20$ cm, on obtient $\boxed{D = 22 \text{ cm}}$

4. Tracé :



C- Observation avec un œil qui accomode

5. Toujours pour $D = \overline{O_1O_2} = 22$ cm.
(a) O', le centre du cercle oculaire est l'image de O_1 par L_2 : $O_1 - (L_2) \rightarrow O'$ On applique donc la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{O_2O'}} - \frac{1}{\overline{O_2O_1}} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow p' = \overline{O_2O'} = \frac{f_2' \cdot \overline{O_2O_1}}{f_2' + \overline{O_2O_1}} = \boxed{\frac{f_2'D}{D - f_2'}}$$

L'application numérique donne $\boxed{p' = 2{,}2 \text{ cm}}$ c'est à dire juste derrière F_2'.

6. Pour que $A'B'$ soit vu à travers l'oculaire par l'observateur placé en O', il faut que la distance qui les sépare soit supérieure ou égale à d_m.

Or ici, $\overline{O'A'} < 0$ d'où $-\infty < \overline{O'A'} \leqslant -d_m$.
On décompose ensuite $\overline{O'A'} = \overline{O'O_2} + \overline{O_2F_2'} + \overline{F_2'A'} = -p' + f_2' + \overline{F_2'A'}$.
On a donc $-\infty < -p' + f_2' + \overline{F_2'A'} \leqslant -d_m \Rightarrow -\infty < \overline{F_2'A'} \leqslant d_m + p' - f_2'$ soit $\boxed{l \leqslant \overline{A'F_2'} < +\infty}$
en posant $l = d_m + f_2' - p'$.

7. Question bonus :

La relation de conjugaison de Newton appliquée à (L_2) donne $\overline{F_2A_1}\,\overline{F_2'A'} = -f_2'^2 \Rightarrow \overline{F_2A_1} = \frac{f_2'^2}{\overline{A'F_2'}} = \overline{F_2F_1'} + \overline{F_1'A_1}$

d'où $\overline{F_1'A_1} = \frac{f_2'^2}{\overline{A'F_2'}} - \overline{F_2F_1'} = \frac{f_2'^2}{\overline{A'F_2'}} - \left(\overline{F_2O_2} + \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F_1'}\right) \Rightarrow \overline{F_1'A_1} = \frac{f_2'^2}{\overline{A'F_2'}} - f_2' + D - f_1'$

En reprenant l'inégalité obtenue dans la question précédente, $l \leqslant \overline{A'F_2'} < +\infty$, on a donc $-f_2' + D - f_1' \leqslant \overline{F_1'A_1} \leqslant \frac{f_2'^2}{l} - f_2' + D - f_1'$: relation (1).

De même, la relation de conjugaison de Newton appliquée à (L_1) donne $\overline{F_1A} \cdot \overline{F_1'A_1} = -f_1'^2 \Rightarrow \overline{F_1A} = -\frac{f_1'^2}{F_1'A_1}$ et comme (d'après la relation 1), $\frac{-1}{-f_2'+D-f_1'} \leqslant \frac{-1}{F_1'A_1} \leqslant \frac{-1}{\frac{f_2'^2}{l}-f_2'+D-f_1'}$, on a bien

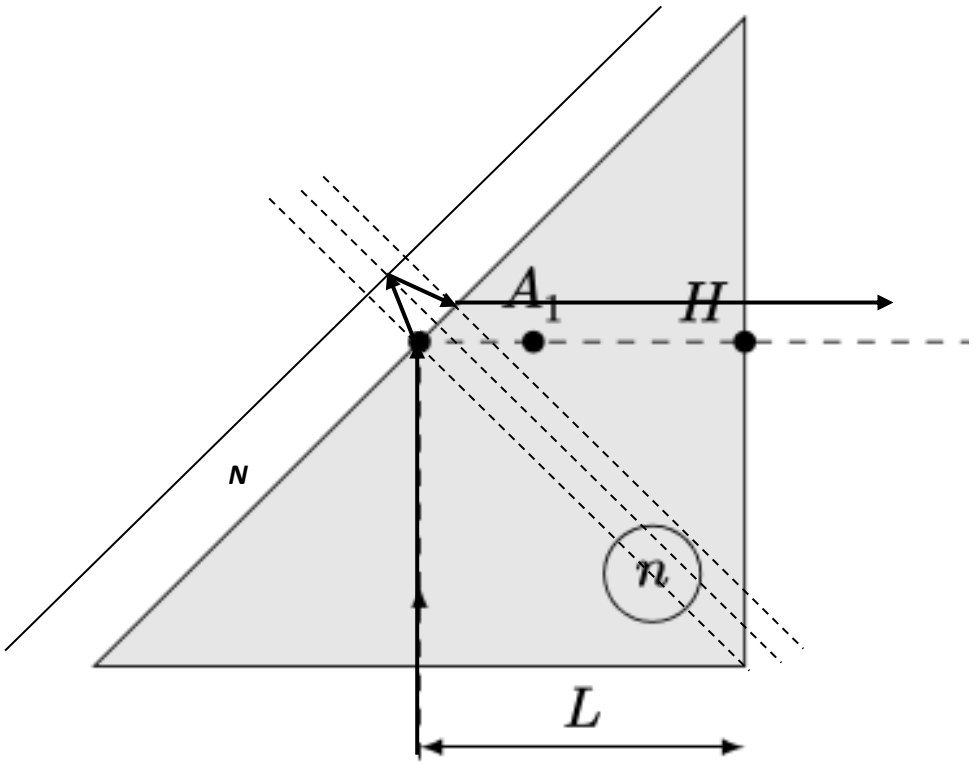
$$\boxed{-\frac{f_1'^2}{D-f_1'-f_2'} \leqslant \overline{F_1A} \leqslant -\frac{f_1'^2}{D-f_1'-f_2'+\frac{f_2'^2}{l}}}$$

8. AN : $\bar{F}_1A_{\min} = -10$ cm correspond à A_1 en F_2, lœil n'accommode pas et $\bar{F}_1A_{\max} = -9{,}8$ cm : $-10 \leqslant \overline{F_1A} \leqslant -9{,}8$ cm d'où une latitude de mise au point $\boxed{\Delta\overline{F_1A} \simeq 2 \text{ mm}}$

Exercice 3 : capteur d'empreintes

1. Voir TD.

2. Tracé :



3. Voir TD.