

Physique et chimie – 2h

DS sans calculatrice

Quelques recommandations de type concours

- Les candidats doivent vérifier que le sujet comprend **4 pages** numérotées 1/4, 2/4, 3/4 et 4/4.
- Les candidats sont invités à porter une attention toute particulière à la **rédaction** : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.
- Les candidats devront toujours établir une **expression littérale** avant d'effectuer toute application numérique (pas de calcul numérique intermédiaire).
- Les réponses **non justifiées** ne seront pas prises en compte.
- Toute relation littérale présentant une erreur flagrante d'**homogénéité** ne donnera pas lieu à l'attribution de points.
- Toute application numérique ne comportant pas d'**unité** ne donnera pas lieu à l'attribution de points.
- Tous les résultats doivent être **encadrés**.
- Les pages de votre copie doivent être numérotées ; par exemple, pour 4 pages rendues (une copie double) : 1/4, 2/4, 3/4 et 4/4.
- Si un candidat repère ce qui semble être une **imprécision de l'énoncé**, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Toutefois, si un candidat repère ce qui semble être une **erreur d'énoncé** (relation fausse, valeur numérique manquante...), il peut dans ce cas se lever et interroger le professeur surveillant.

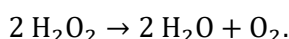
Exercice 1 : cinétique chimique

≈ 16% des points

Dans cet exercice, aucune application numérique n'est demandée mais en revanche, une fois l'expression littérale obtenue, il est demandé d'exprimer la grandeur demandée en fonction des valeurs numériques de l'énoncé en ayant bien pris soin d'effectuer les conversions nécessaires et de faire apparaître celles-ci clairement.

Le peroxyde d'hydrogène, usuellement appelée « eau oxygénée », a pour formule H_2O_2 . Il peut servir d'antiseptique à usage externe.

En solution aqueuse, le peroxyde d'hydrogène se décompose lentement suivant la réaction :



1. On appelle « eau oxygénée à 10 volumes » une eau oxygénée qui peut libérer 10 fois son volume en dioxygène. Plus précisément, $V_0 = 1 \text{ L}$ d'une solution d'eau oxygénée à 10 volumes peut libérer au maximum $V_g = 10 \text{ L}$ de dioxygène selon la réaction ci-dessus à $\theta = 25^\circ\text{C}$ et sous $p = 1013 \text{ hPa}$.

Exprimer la concentration C_0 en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ de cette eau oxygénée en fonction des données littérales de l'énoncé puis en fonction des valeurs numériques éventuellement converties.

2. À la température constante de 25°C , la concentration d'une solution en peroxyde d'hydrogène passe en 15 minutes de $1,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ à $0,79 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Dans l'hypothèse d'un ordre 1, déterminer l'expression littérale puis numérique de la constante de vitesse k .

Numériquement, on trouve $k = 7,9 \times 10^{-3} \text{ min}^{-1}$

3. Sachant qu'à 50°C la constante de vitesse vaut $0,13 \text{ min}^{-1}$, déterminer l'expression littérale puis numérique de l'énergie d'activation E_a . Numériquement, on trouve $E_a = 90 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

Donnée numérique : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Exercice 2 : mécanique en base cartésienne

≈ 45% des points

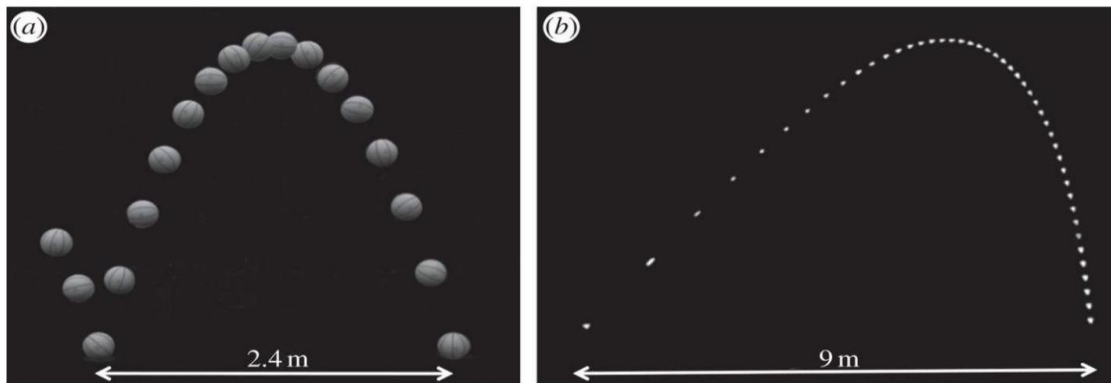


Figure 1 : chronophotographies d'un ballon de basket (a) et d'un volant de badminton (b)

On remarque que la trajectoire du volant de badminton est très différente de celle du ballon. Dans cet exercice, on tente de comprendre ces différences et d'expliquer la trajectoire du volant de badminton.

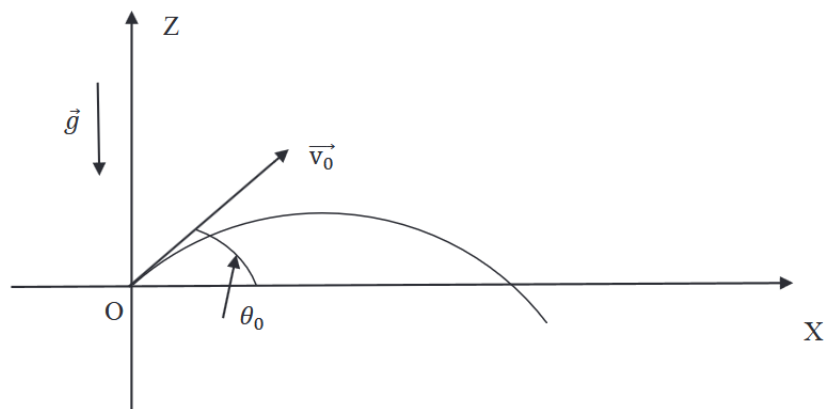
Dans tout le problème, la poussée d'Archimède sera négligée. Les seules forces que l'on prendra en compte sont donc le poids et la résistance de l'air.

A- Premier modèle : trajectoire gravitaire

On note m la masse du projectile.

On considère le cas où la vitesse initiale du projectile est suffisamment faible pour que l'on puisse négliger la force de frottement fluide de l'air. On parle alors de trajectoire gravitaire.

On note θ l'angle de la vitesse $\vec{v}$ avec le plan horizontal et θ_0 sa valeur à l'instant initial. On note $\vec{v}_0$ le vecteur vitesse initiale et on choisit l'origine O au niveau de la position du projectile à l'instant initial.



1. Projeter l'équation du mouvement sur la base cartésienne (voir figure ci-dessus) et en déduire les équations horaires du mouvement puis l'équation de la trajectoire. En comparant vos résultats et la trajectoire réelle, ce modèle est-il satisfaisant pour le volant de badminton ?

2. Montrer que la portée du tir, c'est-à-dire la distance atteinte par le projectile dans le plan horizontal de départ ($Z = 0$), vaut

$$X_M = \frac{v_0^2 \sin(2\theta_0)}{g}$$

Déterminer de même la hauteur maximale H_M atteinte par le projectile.

B- Deuxième modèle : prise en compte des frottements

On va à présent tenir compte des frottements de l'air sur le volant de badminton. On va considérer que la force de frottement de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse. Plus précisément, elle s'écrit :

$$\vec{F} = -\frac{1}{2}\rho S C_x v \vec{v}$$

où S est la section du volant, ρ la masse volumique de l'air, $\vec{v}$ le vecteur vitesse du volant (v sa norme).

3. Déterminer la dimension de C_x .
4. Ecrire l'équation différentielle satisfaite par le vecteur vitesse $\vec{v}$ du volant.
5. Montrer que la trajectoire gravitaire de la partie A ne peut être obtenue que si $v \ll v_{\text{lim}}$ en précisant l'expression de v_{lim} en fonction de ρ, S, C_x, m et g .
6. L'équation différentielle de la question 4 peut alors s'écrire :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} - \frac{g}{v_{\text{lim}}^2} v \vec{v}$$

Montrer qu'elle admet une solution particulière correspondant à un mouvement rectiligne uniforme dont on exprimera le vecteur vitesse, notée $\vec{v}_{\text{lim}}$, en fonction des paramètres du problème.

Cette solution particulière correspond-elle au mouvement en fin de trajectoire ou au début du lancement ? Justifier.

7. À quelle condition sur v et v_{lim} peut-on négliger la pesanteur devant la force de frottements ? Pour un volant de badminton de vitesse initiale $v_0 = 58 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, cette condition est initialement vérifiée (pour la première portion du mouvement).

Expliquer qualitativement pourquoi, dans le cas où on peut négliger la pesanteur, la trajectoire est rectiligne.

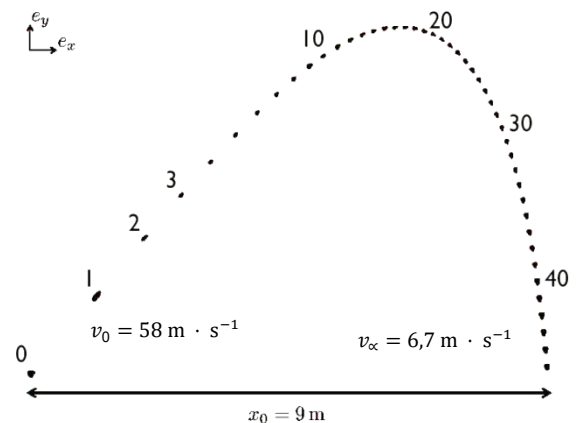
8. Des réponses aux questions 6 et 7, en déduire l'allure de l'ensemble de la trajectoire du volant de badminton (en la justifiant) mais sans se préoccuper de la forme de la trajectoire vers le sommet.

9. En négligeant la pesanteur et en sachant que la trajectoire est alors rectiligne déterminer l'expression de v (norme du vecteur vitesse du volant) en fonction du temps.

Indication : puisque l'on suppose que la trajectoire est rectiligne, on pourra projeter l'équation différentielle dans la direction de la trajectoire, puis l'intégrer par une méthode « connue ».

10. En déduire l'expression du temps $t_{1/2}$ pour lequel la vitesse est égale à la moitié de la vitesse initiale. Numériquement on trouve $t_{1/2} \approx 100 \text{ ms}$.

Déterminer en la justifiant une estimation de $t_{1/2}$ à partir de la chronophotographie ci-contre, la durée entre deux pointages étant de 40 ms. Commenter.



Trajectoires similaires à celle du volant de badminton, obtenues pour des particules projetées à grande vitesse lors d'une soudure, des feux d'artifice ou des jets d'eau

Exercice 3 : mécanique en base polaire**≈ 39% des points**

Dans cette partie on étudie le mouvement d'un skieur sur une piste composée d'une portion rectiligne AB et inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale, et d'une portion circulaire BC , de rayon $R = 2 \text{ m}$ et d'angle $(BO, OC) = \frac{\pi}{2} + \alpha$ (cf figure 1. ci-dessous). L'orientation positive des angles sera prise dans le sens horaire.

Le skieur est assimilé à un point et part initialement depuis A avec la vitesse $\vec{v}_A$.

On notera R_N la norme de la réaction normale du support et on négligera tout frottement.

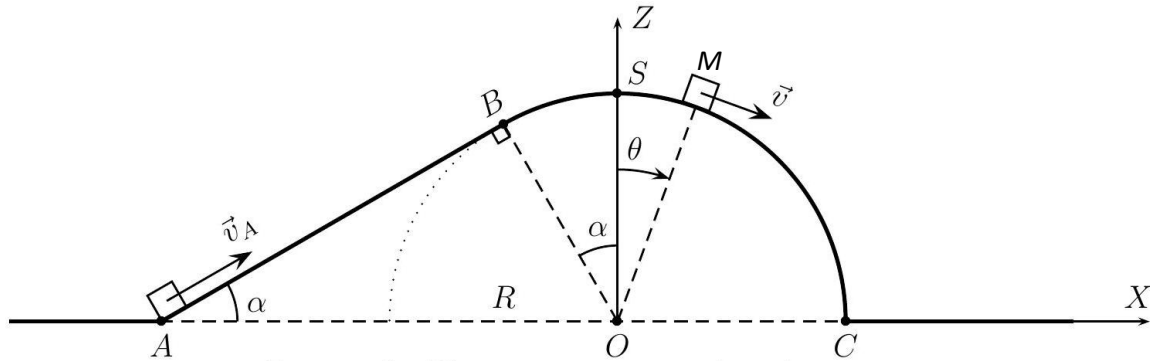


Figure 1 : piste parcourue par le skieur

1. Questions préliminaires :

- Exprimer la hauteur du point B par rapport à l'horizontale ainsi que celle de M en fonction de R et α .
- Déterminer l'expression du poids au point M dans la base polaire.

2. Déterminer par un raisonnement énergétique l'expression de v_B en fonction de v_A , g , R et α .

3. Projeter dans la base polaire, le principe fondamental de la dynamique appliqué au skieur lorsqu'il est sur la portion circulaire, à la position quelconque caractérisée par l'angle θ (voir figure 1).

4. Déterminer l'expression de la vitesse v du skieur dans la position précédente caractérisée par l'angle θ , en fonction de θ , v_B , R et α .

Vous pouvez opter pour un raisonnement énergétique ou pour un calcul d'intégrale.

5. En utilisant les réponses aux questions 2, 3 et 4, démontrer l'expression de la norme de la réaction normale sur la portion circulaire :

$$R_N = m \left[3g \cos(\theta) - \frac{v_A^2}{R} \right]$$

6. En supposant que le skieur est parvenu à passer le sommet S , déterminer l'expression θ_d de θ pour laquelle il quitte la piste.

7. À quelle condition sur v_A n'y aura-t-il pas de décollage du skieur avant le sommet S ?