

DS 6 - CORRECTION

Exercice 2 : étude des oscillations d'un trampoline (S1 et S2)

1 Énergie potentielle (S1 et S2)

1. Pour un ressort de longueur ℓ , de longueur à vide ℓ_0 et de constante de raideur k , la force élastique s'écrit $\vec{T} = -k(\ell - \ell_0)\vec{u}$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire orienté dans le sens de l'élongation du ressort. L'énergie potentielle est définie pour cette force conservative à partir de la relation $\vec{T} \cdot d\vec{\ell} = -dE_p$ avec $d\vec{\ell} = d\ell\vec{u} + \dots$. En intégrant et en considérant $E_p(\ell = \ell_0) = 0$ on obtient :

$$E_{p1} = \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0)^2.$$

2. (S2) Pour les deux ressorts proposés dans le modèle, on a $\ell = \sqrt{D^2 + z^2}$ et $\ell_0 = D$ d'où $E_{p,e}(z) = 2 \times \frac{1}{2}k(\sqrt{D^2 + z^2} - D)^2$ ou encore

$$E_{p,e}(z) = kD^2 \left(\sqrt{1 + \frac{z^2}{D^2}} - 1 \right)^2$$

3. (S2) $|z| \ll D$ donc $\frac{z^2}{D^2} \ll 1$, alors :

$$E_{p,e}(z) \simeq kD^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{z^2}{D^2} - 1 \right)^2 \simeq \frac{kz^4}{4D^2}$$

4. Le gymnaste est soumis uniquement à son poids et aux forces élastiques qui sont toutes conservatives :

- Pour $z \geq 0$, le trampoline n'agit pas sur le gymnaste qui n'est soumis qu'à son poids : $E_p(z) = E_{p,p}(z) = mgz + cste$ car l'axe vertical (Oz) est ascendant. Par ailleurs, on choisit $E_{p,tot}(z = 0) = 0$ d'où

$$E_{p,tot}(z) = mgz \text{ pour } z \geq 0$$

- Pour $z < 0$, le gymnaste est en contact avec le trampoline, à l'énergie potentielle de pesanteur s'ajoute l'énergie potentielle élastique déjà exprimée précédemment : $E_{p,tot}(z) = E_{p,p}(z) + E_{p,e}(z)$ d'où $E_{p,tot}(z) = mgz + \frac{kz^4}{4D^2} + cste$ et en choisissant $E_{p,tot}(z = 0) = 0$:

$$E_{p,tot}(z) = mgz + \frac{kz^4}{4D^2} \text{ pour } z < 0$$

E_m étant supérieur à $E_{p,tot}(z)$, on voit sur le graphe que, pour que le gymnaste décolle et atteigne des valeurs de z positive, on doit avoir $E_m > 0$

2 Étude du mouvement (S1 et S2)

5. La force verticale résultante agissant sur le gymnaste $\vec{F} = F_z \vec{u}_z$ est conservative donc $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} E_p$ et

$$F_z = -\frac{dE_p(z)}{dz}$$

Cela donne

- pour $z \geq 0$, $F_z = -mg$ et $\vec{F} = -mg\vec{u}_z$
- pour $z < 0$, $F_z = -\left(mg + \frac{k}{D^2}z^3\right)$ et $\vec{F} = -\left(mg + \frac{k}{D^2}z^3\right)\vec{u}_z$

6. Dans cette question, le gymnaste reste en contact avec le trampoline donc $z < 0$. On applique la 2^{ème} loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen au gymnaste assimilé à un point matériel M :

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

La projection selon l'axe (Oz) donne : $m\ddot{z} = F_z = -\left(mg + \frac{k}{D^2}z^3\right)$ ou encore

$$\ddot{z} + \frac{k}{mD^2}z^3 = -g$$

Il s'agit d'une équation différentielle du second ordre non linéaire (présence du terme en z^3) : les outils de résolution courants des équations différentielles ne sont pas adaptés à cette situation. Il faudrait effectuer une résolution numérique.

7. On détermine la position d'équilibre z_{eq} en résolvant $F_z = 0$ ou encore $\frac{dE_p(z)}{dz} = 0$, ce qui amène à : $mg + \frac{k}{D^2}z_{eq}^3 = 0$

$$z_{eq} = -\left(\frac{mgD^2}{k}\right)^{1/3}$$

La stabilité est donnée par le signe de $\frac{d^2E_p}{dz^2}(z = z_{eq})$. On a ici

$$\frac{d^2E_p(z)}{dz^2} = \frac{3k}{D^2}z^2$$

Donc

$$\frac{d^2E_p}{dz^2}(z = z_{eq}) = \frac{3k}{D^2}z_{eq}^2 > 0$$

La position z_{eq} est donc stable.

8. Au voisinage de la position d'équilibre z_{eq} , on peut réaliser l'approximation harmonique :

$$\begin{aligned} E_{p,tot}(z) &\simeq E_{p,tot}(z_{eq}) + (z - z_{eq}) \frac{dE_{p,tot}}{dz}(z_{eq}) + \frac{1}{2}(z - z_{eq})^2 \frac{d^2E_{p,tot}}{dz^2}(z_{eq}) \\ E_{p,tot}(z) &\simeq mgz_{eq} + \frac{kz_{eq}^4}{4D^2} + \frac{1}{2}(z - z_{eq})^2 \times \frac{3k}{D^2}z_{eq}^2 \end{aligned}$$

Par ailleurs, l'énergie cinétique s'écrit $E_c = \frac{1}{2}m\dot{z}^2$. Le système étant conservatif, on peut obtenir l'équation du mouvement en utilisant le théorème de la puissance mécanique : $\frac{dE_m}{dt} = \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_{p,tot}}{dt} = 0$ ce qui donne

$$m\ddot{z}\dot{z} + \frac{3k}{D^2}z_{eq}^2\dot{z}(z - z_{eq}) = 0$$

On en déduit l'équation du mouvement (car $\dot{z} \neq 0 \forall t$) :

$$\ddot{z} + \frac{3kz_{eq}^2}{mD^2}z = \frac{3k}{mD^2}z_{eq}^3$$

On retrouve l'équation du mouvement d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{3kz_{eq}^2}{mD^2}}$ et donc de période

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mD^2}{3kz_{eq}^2}}$$

Exercice 3 : Loi du moment cinétique appliquée à la marche (S1)

Voir DM

Exercice 3' : loi du moment cinétique appliquée à un œuf (S2)

1. Comme $b > a$, on a $J_H > J_V$. En effet, la masse est globalement "répartie plus loin de l'axe de rotation", donc le moment d'inertie est plus grand.

2. Dans les deux cas, $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}J\Omega^2 + mgz_G$, on a donc

$$E_{m_H} = \frac{1}{2}J_H\Omega^2 + mga \text{ et } E_{m_V} = \frac{1}{2}J_V\Omega^2 + mgb$$

3. On cherche la condition sur Ω pour avoir $E_{m_V} < E_{m_H}$, ce qui équivaut à :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}J_V\Omega^2 + mgb &< \frac{1}{2}J_H\Omega^2 + mga \Rightarrow 2mg(b-a) < (J_H - J_V)\Omega^2 \\ \Rightarrow 2mg(b-a) &< \frac{m}{5} \frac{(b^2 - a^2)}{(a-b)(a+b)} \Omega^2 \Rightarrow \Omega > \sqrt{\frac{10g}{a+b}} \text{ car } b-a > 0 \end{aligned}$$

On a donc $\Omega > \Omega_c$ avec $\Omega_c = \sqrt{\frac{10g}{a+b}}$

4. Attention aux unités. Faites la conversion pour comparer avec le document.

L'application numérique donne $\Omega_c = 45 \text{ rads}^{-1}$, soit environ 7 tours/s. Cette valeur est du bon ordre de grandeur puisqu'on nous parle dans le document d'une vitesse de rotation d'une dizaine de tours par seconde.

5. À l'état initial, on a $E_{m_H} = \frac{1}{2}J_H\Omega_0^2 + mga = \frac{m}{10}(a^2 + b^2)(\Omega_c + \varepsilon)^2 + mga$ soit au premier ordre en ε (DL1) :

$$E_{m_H} = \frac{m}{10}(a^2 + b^2)(\Omega_c^2 + 2\Omega_c\varepsilon) + mga \text{ et } E_{m_V} = \frac{m}{5}a^2(\Omega_c^2 + 2\Omega_c\varepsilon) + mgb$$

6. Comme on a supposé que l'énergie mécanique se conservait, on a donc :

$$E_{m_H} = E_{m_V} \Rightarrow \frac{m}{5}a^2(\Omega_c^2 + 2\Omega_c\varepsilon) + mgb = \frac{m}{10}(a^2 + b^2)(\Omega_c^2 + 2\Omega_c\varepsilon) + mga$$

Or, on a vu dans la question 3 que (définition de Ω_c) :

$$\frac{m}{5}a^2\Omega_c^2 + mgb = \frac{m}{10}(a^2 + b^2)\Omega_c^2 + mga$$

En soustrayant ces deux égalités, on obtient :

$$\frac{m}{10}(a^2 + b^2)2\Omega_c\varepsilon = \frac{m}{5}a^22\Omega_c\varepsilon$$

Il vient donc $r = \frac{a^2 + b^2}{2a^2}$

$b > a$ donc $r > 1$ donc $\Omega_f > \Omega_0$. Lors de son redressement, la vitesse de rotation de l'œuf augmente.

Dans le cas où $a = b$, c'est-à-dire dans le cas d'un œuf sphérique, on retrouve $r = 1$ puisque le système reste inchangé (dans ce cas, on ne peut même plus parler de redressement), donc sa vitesse de rotation ne varie pas.

7. On a $L_H = J_H \Omega_0 = \frac{m}{5}(a^2 + b^2)(\Omega_c + \varepsilon)$ et $L_V = J_V \Omega_f = \frac{2m}{5}a^2(\Omega_c + r\varepsilon)$

On en déduit $\Delta L = \frac{m}{5}(a^2 - b^2)\Omega_c + \frac{m}{5}(2a^2r - a^2 - b^2)\varepsilon$

En injectant l'expression de r obtenue précédemment, le second terme est nul, d'où

$$\Delta L = \frac{m}{5}(a^2 - b^2)\Omega_c < 0$$

Le moment cinétique de l'œuf a diminué lors de son redressement.

8. D'après le théorème du moment cinétique, on peut écrire $\frac{dL}{dt} = C_z$. En supposant que le redressement est de courte durée, on peut approcher $\frac{dL}{dt}$ par $\frac{\Delta L}{\Delta t}$, on a donc

$$C_z = \frac{m}{5}(a^2 - b^2)\frac{\Omega_c}{\Delta t} = \frac{m}{5}(a^2 - b^2)\frac{\Omega_c^2}{\Omega_c \Delta t}$$

On injecte l'expression de Ω_c obtenue à la question 3 :

$$C_z = \frac{m}{5}(a^2 - b^2)\frac{10g}{(a+b)\Omega_c \Delta t} = \frac{2mg(a-b)}{\Omega_c \Delta t}$$

Ce couple est négatif, ce qui est cohérent avec le fait que le moment cinétique de l'œuf ait diminué pendant le redressement.

9. Le poids et la réaction normale ne peuvent pas être responsable d'un tel couple car ces deux forces sont parallèles à l'axe de rotation, donc leur moment par rapport à cet axe est nul. Ce couple peut éventuellement provenir des frottements, car on nous dit dans le document qu'il faut que la surface ne soit "pas trop lisse". Cependant, cela contredit l'hypothèse de l'énergie mécanique constante.

Exercice 4 : oscillations électriques et filtration (S1 et S2)

1 Étude du filtre passe-bande (S1 et S2)

1. On obtient en BF un circuit ouvert (le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert) donc le courant est nul d'où $\underline{u}_R = \underline{u}_S = R \times 0 = 0$. Le même résultat est aussi observé en HF, grâce à la bobine. On en déduit que le filtre est un passe bande.

2. On observe un pont diviseur de tension d'où $H = \frac{Z_R}{Z_R + Z_L + Z_C}$ soit

$$H = \frac{R}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega + \frac{1}{jRC\omega}} \text{ du type } \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

d'où l'on déduit par identification $\frac{Q}{\omega_0} = \frac{L}{R}$ et $Q\omega_0 = \frac{1}{RC}$ soit après calculs, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ puis $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

$$3. \underline{u}_S = H\underline{u}_e \Rightarrow \underline{u}_S + jQ\frac{\omega}{\omega_0}\underline{u}_S + \frac{Q\omega_0}{j\omega}\underline{u}_S = \underline{u}_e$$

Afin d'éviter l'obtention d'une primitive (terme en $1/(j\omega)$), on peut multiplier les deux côtés de l'égalité par $j\omega\omega_0/Q$

$$\text{d'où : } \frac{\omega_0}{Q}j\omega\underline{u}_S + (j\omega)^2\underline{u}_S + \omega_0^2\underline{u}_S = \frac{\omega_0}{Q}j\omega\underline{u}_e$$

On peut ensuite remplacer les multiplications par $(j\omega)^n$ par des dérivées $n^{\text{ième}}$ d'où au final :

$$\frac{d^2 u_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 u_s = \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_e}{dt}$$

Remarque : ce résultat pouvait aussi être obtenu à l'aide des lois de l'électricité, en réel :

loi des mailles : $u_e = u_s + u_L + u_C$ avec $u_L = L \frac{di}{dt}$ et $i = C \frac{du_C}{dt}$.

De plus, on a pour le résistor $u_s = Ri$. On obtient en combinant ces résultats, et après avoir dérivé la loi des mailles :

$$\frac{du_e}{dt} = \frac{du_s}{dt} + \frac{L}{R} \frac{d^2 u_s}{dt^2} + \frac{1}{RC} u_s$$

soit après simplification :

$$\frac{d^2 u_s}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_s}{dt} + \frac{1}{LC} u_s = \frac{R}{L} \frac{du_e}{dt}$$

On peut alors introduire ω_0 et Q à l'aide de l'identification avec la forme canonique d'où

$$\frac{d^2 u_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 u_s = \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_e}{dt}$$

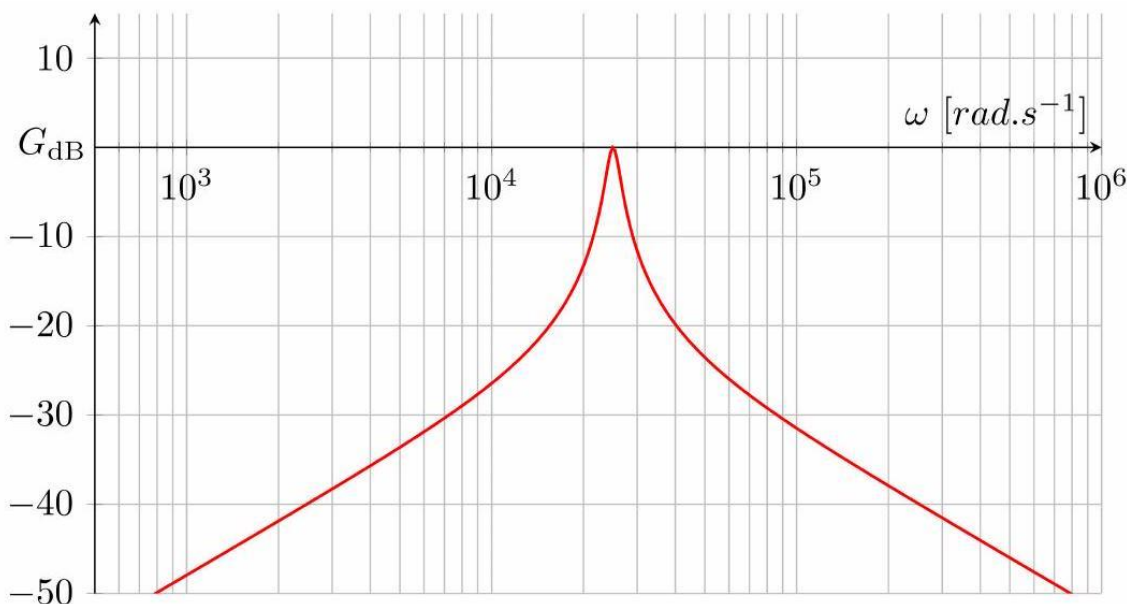
4. En BF, on a $H \simeq \frac{1}{BF - jQ(1/x)}$ d'où $G_{dB,BF} = -20\log(Q) + 20\log(x)$ (pente de +20 dB par décade).

En HF, on a $H \simeq \frac{1}{HF jQ(x)}$ d'où $G_{dB,HF} = -20\log(Q) - 20\log(x)$ (pente de -20 dB par décade).

Ces asymptotes se croisent pour $x = 1$ soit $\omega = \omega_0$ à l'ordonnée $-20\log(Q) = -20$ dB.

De plus, en $x = 1$, on a $H(1) = 1$ d'où $G_{dB}(x = 1) = 0$. On peut alors réaliser le tracé, en commençant par placer les asymptotes.

À l'aide des valeurs proposées, on obtient $Q = 10$ et $\omega_0 = 25 \times \frac{10^3 \text{ rad}}{\text{s}}$



2 Étude du bloc amplificateur (S1 et S2)

5. On observe un pont diviseur de tension formé par les deux résistors car $i_- = 0$ d'où

$$V_- - 0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (\underline{u}'_s - 0) \text{ donc } V_- = V_+ = \underline{u}'_e = \frac{R_1}{R_2 + R_1} \underline{u}'_s$$

$$\text{et au final } H' = \frac{\underline{u}'_s}{\underline{u}'_e} = \frac{R_2 + R_1}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

3 Étude globale de l'oscillateur (S1 et S2)

6. Il convient de combiner les relations entre u_s et u_e d'une part, puis entre $u'_s = u_e$ et $u'_e = u_s$ d'autre part, on en déduit :

$$\frac{d^2 u_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 u_s = \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_e}{dt} = \frac{\omega_0}{Q} \frac{du'_s}{dt} = \frac{\omega_0}{Q} \frac{d(H' u'_e)}{dt} = \frac{\omega_0}{Q} \frac{d(G u_s)}{dt}$$

d'où le résultat en passant le dernier terme à gauche de l'équation :

$$\frac{d^2 u_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} (1 - G) \frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 u_s = 0$$

7. Le polynôme caractéristique $r^2 + \frac{\omega_0}{Q} (1 - G)r + \omega_0^2$ admet pour discriminant $\omega_0^2 \left(\frac{(1-G)^2}{Q^2} - 4 \right)$. De plus, d'après l'énoncé, $G - 1 < 2Q$ donc on peut affirmer que le discriminant est négatif. On en déduit :

$$r_+ = \omega_0 \frac{G-1}{2Q} + \frac{1}{2} j \sqrt{-\Delta} \text{ et } r_- = \omega_0 \frac{G-1}{2Q} - \frac{1}{2} j \sqrt{-\Delta} \quad ; \quad \text{on pose } \omega = \sqrt{-\Delta}/2$$

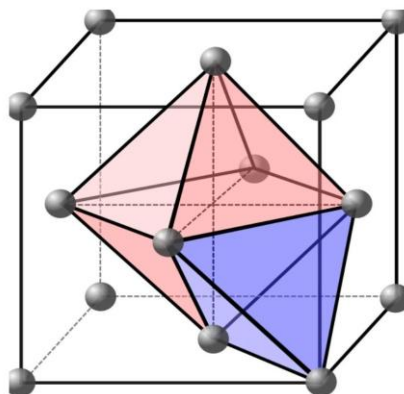
On remarque alors que la partie réelle de ces deux racines est positive car $G > 1$. On en déduit que les solutions de l'équation homogène associée vont diverger au cours du temps car elles sont de la forme $\exp\left(\omega_0 \frac{G-1}{2Q} t\right) \times [A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)]$

8. Pour $t > 2 \text{ ms}$, on obtient un signal créneau de pulsation ω . On peut obtenir un signal quasi harmonique en utilisant un filtre passe-bande centré sur la pulsation ω ou alors un filtre passe-bas de pulsation de coupure légèrement supérieure à ω .

Exercice 5 : cristallographie (S1 et S2)

1 Hydrure de zirconium ZrH_x (S1 et S2)

1.



2. On a tangence selon la diagonale d'une face pour le Zr : $4r(\text{Zr}) = a \cdot \sqrt{2}$

On a tangence selon les arêtes pour les sites octaédriques : $a = 2r(\text{Zr}) + 2r_o$

On a donc : $\frac{4r(\text{Zr})}{\sqrt{2}} = 2r(\text{Zr}) + 2r_o$

Donc : $\frac{2}{\sqrt{2}} = 1 + \frac{r_o}{r(\text{Zr})}$

Finalement : $\boxed{\frac{r_O}{r(Zr)} = \sqrt{2} - 1}$

On a tangence selon la grande diagonale du cube pour les sites tétraédriques : $\frac{a\sqrt{3}}{4} = r(Zr) + r_T$

On a donc : $\frac{4r(Zr)\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} = r(Zr) + r_T$

Finalement : $\boxed{\frac{r_T}{r(Zr)} = \sqrt{\frac{3}{2}} - 1}$

3. Les atomes d'hydrogène H se situant dans la totalité des sites interstitiels tétraédriques, il y a 4 Zr par maille et 8 H par maille, d'où la formule simplifiée $\boxed{\text{ZrH}_2}$.

4. Par définition :

$$C_{va} = \frac{m(H)}{V} = \frac{n(H) \cdot M(H)}{a^3} = \frac{8 \cdot M(H)}{N_A \cdot \left(\frac{4 \cdot r(Zr)}{\sqrt{2}}\right)^3} = \boxed{\frac{M(H) \cdot \sqrt{2}}{N_A \cdot 4 \cdot r(Zr)^3}}$$

2 Structure cristallographique du chlorure de sodium (S1)

5. Il y a $\boxed{4 \text{ ions sodium par maille}}$.

6. Ils sont situés au milieu des arêtes et au centre du cube. Il y en a $\boxed{4 \text{ par maille}}$. Ils sont tous occupés par des atomes de chlore.

7. Les ions sodium se repoussent. $\boxed{\text{Les anions et cations sont tangents entre eux selon les arêtes.}}$

8. La compacité est :

$$C = \frac{V_{\text{ions}}}{V_{\text{maille}}} = \frac{\frac{16 \cdot \pi (r^+ + R^3)}{3}}{(2r + 2R)^3}$$

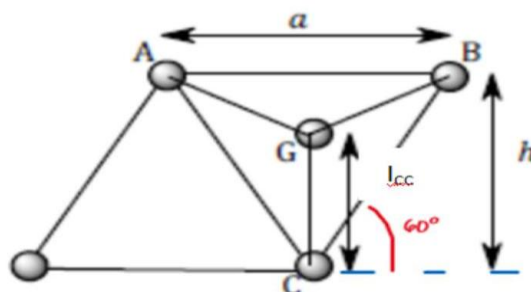
9. La masse volumique est :

$$\rho = \frac{m_{\text{ions}}}{V_{\text{maille}}} = \frac{4 \cdot (M(\text{Na}) + M(\text{Cl})) \cdot 10^{-3}}{N_A \cdot (2r + 2R)^3} \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

A.N. $\boxed{\rho_{\text{NaCl}} = 2,16 \text{ g.cm}^{-3}}$

3 Le graphite et le graphène (S2)

10. Il s'agit d'un $\boxed{\text{cristal covalent}}$.



$$h = a \cdot \sin(60) = a \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad l_{c-c} = \frac{2}{3} h$$

On en déduit : $a = \frac{2}{\sqrt{3}} h = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{2} l_{c-c} = \frac{3}{\sqrt{3}} l_{c-c}$ d'où $\boxed{a = \sqrt{3} l_{c-c}}$

11. $Z = 4 \cdot \frac{1}{4} + 1 = 2$

Les atomes de carbone sont liés à 3 autres atomes de carbone équidistants de a . La coordinence vaut donc 3.

12. $d_{\text{surface}} = \frac{Z \cdot S_{\text{atomes}}}{S_{\text{maille}}}$

avec :

$$S_{\text{atome}} = \pi \cdot r_C^2 = \pi \cdot \left(\frac{l_{C-C}}{2}\right)^2$$

$$S_{\text{maille}} = S_{\text{losange}} = 2 S_{\text{triangle}} = 2 \cdot \frac{a \cdot h}{2} = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 l_{C-C}^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Finalement :

$$d_{\text{surface}} = \frac{Z \cdot S_{\text{atomes}}}{S_{\text{maille}}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{l_{C-C}}{2}\right)^2}{3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot l_{C-C}^2} = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt{3}} \approx 0,6$$

13. Il s'agit d'une maille hexagonale compacte qui contient 8 sommets, 4 atomes du plan B sous ceux de A, 2 atomes sur les faces, 1 atome au sein du plan B soit une population :

$$Z = 8 \cdot \frac{1}{8} + 4 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 4$$

La coordinence est de 3 comme pour le graphène.

14. $d = \frac{\rho(\text{graphite})}{\rho(\text{eau})}$ et $\rho(\text{graphite}) = \frac{Z \cdot M_C}{N_A \cdot V}$

Le volume V de la maille est obtenu en multipliant l'aire du losange S_{losange} par la hauteur du prisme droit, qui correspond à deux fois la distance inter-feuillets L :

$$V = S_{\text{losange}} \cdot 2L = 3 l_{C-C}^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2L = 3\sqrt{3} \cdot l_{C-C}^2 \cdot L$$

Donc : $\rho(\text{graphite}) = \frac{Z \cdot M_C}{N_A \cdot 3\sqrt{3} \cdot l_{C-C}^2 \cdot L}$

AN : $\rho(\text{graphite}) = 2,2 \cdot 10^6 \text{ g/cm}^3$ soit une densité de 2,2

15. $C = \frac{V_{\text{atomes}}}{V_{\text{maille}}} = \frac{\frac{Z}{3} \cdot \pi \cdot r_C^3}{3\sqrt{3} \cdot l_{C-C}^2 \cdot L}$

Avec :

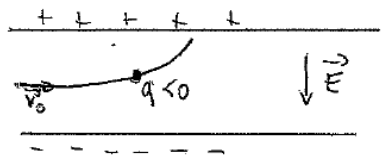
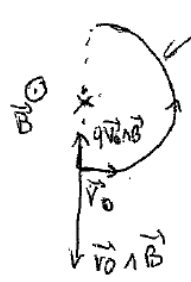
$$r_C = \frac{l_{C-C}}{2}$$

et $Z = 4$

D'où $C = \frac{2 \cdot \pi \cdot l_{C-C}}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot L} = 0,15$. Le système est peu compact.

Exercice 1 : Expériences réalisées par J.J. Thomson (S1 et S2)

Expériences réalisées par J.J. Thomson

1. 
3.  Sachant que $q < 0$, on détermine le sens de $q \vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ et donc le sens de la déviation.

2. Il faut d'abord prouver que le mouvement est uniforme puis projeter la 2^e loi de Newton dans la base plane. On obtient (voir cours) :

$$R = \frac{m v_0}{|q| B}$$

4. Par application du théorème de l'énergie cinétique, on démontre (voir cours) :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 |q| U}{m}}$$

5. Des 2 relations précédentes on en déduit : $m v_0^2 = 2 |q| U = \frac{|q|^2 B^2 R^2}{m}$

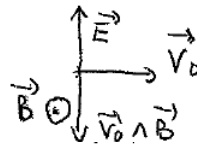
$$\Leftrightarrow m = \frac{|q| B^2 R^2}{2 U} = 9 \times 10^{-31} \text{ kg} \quad \text{Il s'agit d'un électron.}$$

6. $\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$

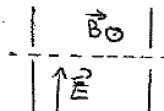
Si on se place dans le cas où $\vec{E} = -\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ alors la force qui s'exerce sur la particule chargée est nulle et le vecteur vitesse $\vec{v}$ reste égal à $\vec{v}_0$.

Par conséquent la force $\vec{F}$ est constamment nulle et la trajectoire est rectiligne.

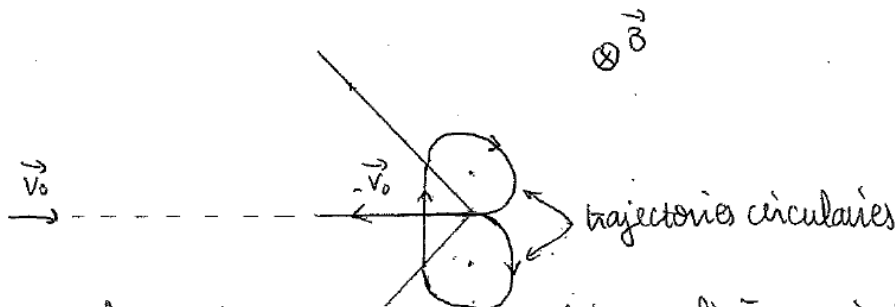
Ceci peut être obtenu ainsi :



7. $\vec{E}$ et $\vec{B}$ étant fixés, la force $\vec{F}$ n'est nulle que si $\vec{v} = \vec{v}_0$. Les particules de vecteur vitesse $\vec{v} \neq \vec{v}_0$ sont déviées. On place donc deux fentes comme ceci :



8.



La particule repart en sens inverse : on a bien réalisé un miroir magnétique.