

DS9 Induction, chimie

La calculatrice est interdite

Exercice 1 : Contrôle de la qualité de l'eau d'un aquarium

Partie A : Étude préliminaire de diagrammes E -pH superposés

La figure 1 ci-dessous représente plusieurs diagrammes E -pH superposés.

- le diagramme E -pH de l'élément manganèse, représenté en ligne pleine, est limité aux espèces chimiques suivantes : Mn(s) , $\text{Mn}^{2+}(\text{aq})$, $\text{Mn}^{3+}(\text{aq})$, $\text{Mn(OH)}_2(\text{s})$ et $\text{Mn(OH)}_3(\text{s})$;
- le diagramme E -pH simplifié de l'élément iode, représenté en tirets, est limité aux espèces chimiques suivantes : $\text{I}_2(\text{aq})$, $\text{IO}_3^-(\text{aq})$ et $\text{I}^-(\text{aq})$;
- le diagramme E -pH de l'eau est tracé en pointillés.

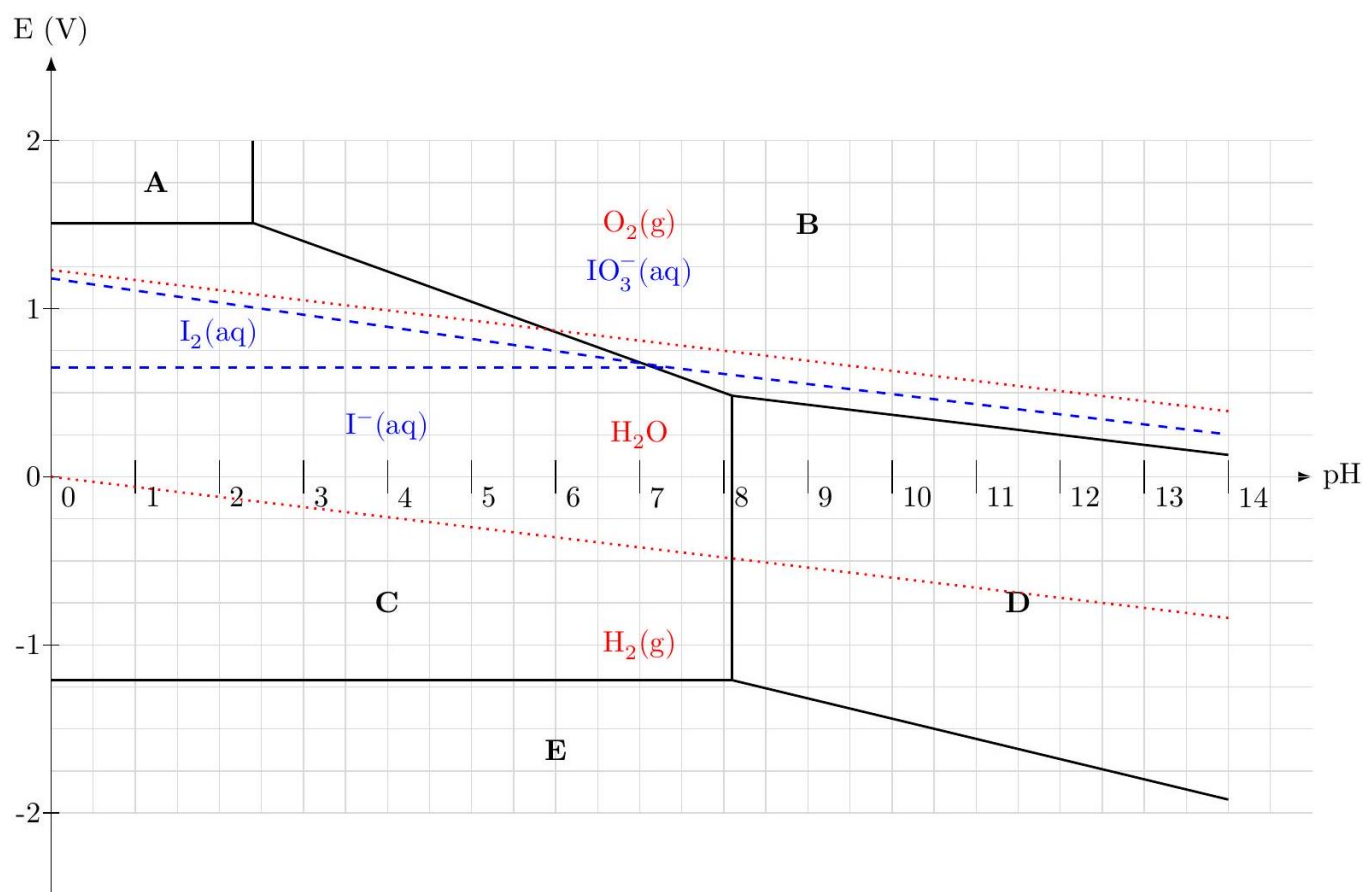


FIGURE 1 – Diagrammes E -pH simplifiés de l'élément manganèse (en ligne pleine), de l'élément iode (en tirets) et de l'eau (en pointillés)

Pour les diagramme E-pH des éléments manganèse et iode, la convention de tracé utilisée est la suivante : sur une frontière, seules les deux formes du couple oxydant-réducteur sont considérées et chaque espèce dissoute contenant le manganèse (ou l'iode) a une concentration de valeur égale à $0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Remarque : les questions 1 à 4 étant classiques, les réponses devront être soigneusement justifiées...

1. Pour chacun des deux couples oxydant-réducteur de l'eau, préciser quelle espèce chimique est l'oxydant et laquelle est le réducteur.
2. Déterminer le nombre d'oxydation de l'élément manganèse dans l'hydroxyde de manganèse (II) $\text{Mn}(\text{OH})_2(\text{s})$ et de l'élément iode dans l'ion iodate $\text{IO}_3^-(\text{aq})$.
3. Attribuer, en justifiant la réponse, les différents domaines du diagramme E – pH de l'élément manganèse, repérés par les lettres **A**, **B**, **C**, **D** et **E** (voir figure 1), aux différentes espèces considérées contenant l'élément manganèse.
4. En utilisant les diagrammes E – pH de la figure 1, identifier quelles sont les espèces, contenant l'élément manganèse, stables dans l'eau en présence de dioxygène dissous.

Partie B : Dosage du dioxygène dissous dans l'eau par la méthode de Winkler

Pour déterminer la concentration en dioxygène dissous dans l'eau, on utilise la méthode de Winkler dont le protocole est décrit ci-après :

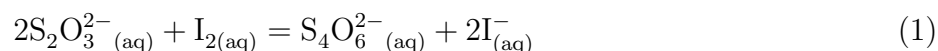
Protocole

- Étape 1 : placer 2,1 g de chlorure de manganèse (II), de la soude en excès sous forme de pastilles solides et un barreau aimanté dans un erlenmeyer de 250 mL . Dans un grand cristalliseur, remplir l'erlenmeyer à ras bord avec l'eau à analyser (le cristalliseur permet de prévenir tout débordement de la solution). Boucher rapidement l'erlenmeyer et éviter de maintenir de l'air à l'intérieur.
- Étape 2 : agiter jusqu'à dissolution complète des réactifs et attendre environ trente minutes. On observe un précipité brun.
- Étape 3 : peser 3 g d'iodure de potassium. Verser le contenu de l'erlenmeyer dans un grand bécher contenant de l'acide sulfurique concentré et ajouter très rapidement les 3 g d'iodure de potassium (l'ajout d'acide sulfurique permet de ramener le pH de la solution à une valeur voisine de 1). Homogénéiser et agiter jusqu'à disparition totale du précipité brun et persistance d'une couleur jaune limpide.
- Étape 4 : prélever un volume $V_0 = 50 \text{ mL}$ de la solution et la doser avec une solution de thiosulfate de sodium de concentration $c_1 = 510^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Un indicateur coloré indique la fin du dosage.

5. Expliquer pourquoi il est nécessaire de se placer initialement (étapes 1 et 2 du protocole) en milieu fortement basique. On pourra justifier la réponse en prenant appui sur les diagrammes E-pH de la figure 1 et en comparant les évolutions possibles à bas et à haut pH.

6. Identifier la nature du précipité brun formé et écrire l'équation qui modélise sa formation (étape 2 du protocole). Proposer une explication à la nécessité d'attendre trente minutes.
7. Écrire les équations qui modélisent les transformations chimiques qui interviennent lors du passage en milieu acide et de l'ajout d'iodure de potassium (étape 3 du protocole). On pourra justifier la réponse en prenant appui sur les diagrammes E – pH de la figure 1.
8. Expliquer qualitativement l'objectif visé en ajoutant de l'iodure de potassium en large excès.
9. Question plus difficile donc valorisée dans le barème.

L'équation de la réaction support du titrage qui intervient lors de l'étape 4 est la suivante :



En déduire que la concentration en dioxygène dissous dans l'eau analysée, exprimée en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et notée $c(\text{O}_2)$, est donnée par la relation suivante :

$$c(\text{O}_2) = \frac{c_1 V_1}{4 V_0}$$

où V_1 désigne le volume de solution de thiosulfate de sodium versé à l'équivalence et $V_0 = 50 \text{ mL}$ le volume prélevé au début de l'étape 4 du protocole.

10. Exprimer, en micromoles par kilogramme d'eau, la valeur de la concentration $c(\text{O}_2)$ dans le cas où $V_1 = 8,3 \text{ mL}$.
11. Commenter la valeur de la concentration obtenue à la question 10 sachant qu'on considère que la vie marine devient difficile lorsque la valeur de la concentration en dioxygène dissous devient inférieure à 90 micromoles de dioxygène par kilogramme d'eau.

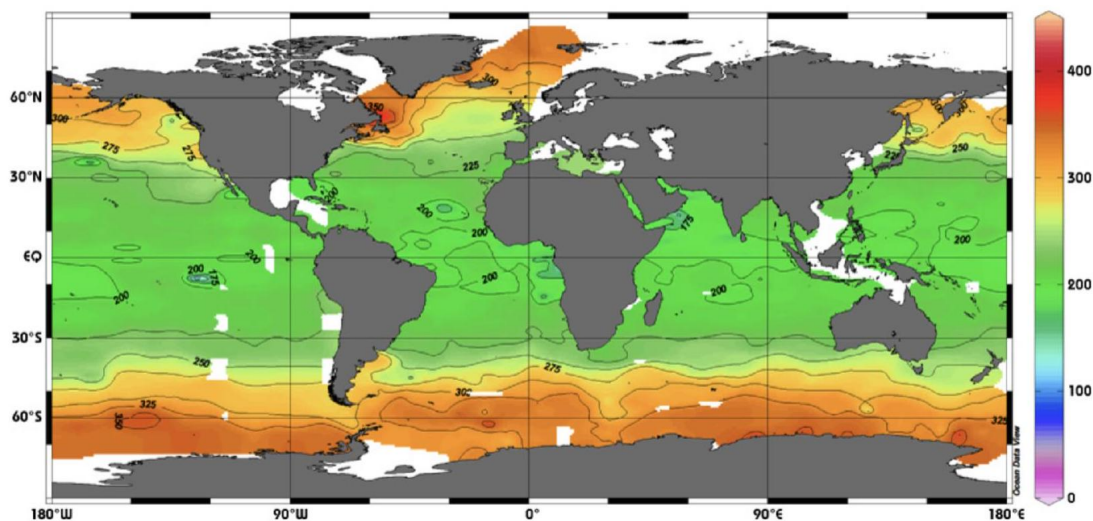


FIGURE 2 – Concentration en dioxygène dissous dans les eaux de surface océaniques. L'échelle à droite de la figure indique les valeurs de concentration en micromoles de dioxygène par kilogramme d'eau

Exercice 2 : Oscillations d'un cadre métallique

Contrairement aux sujets habituels, les vecteurs seront notés en gras

On considère un cadre métallique rectangulaire OADC, rigide et homogène (masse linéique uniforme), de longueur L et de largeur ℓ , capable de tourner autour d'un de ses longs côtés horizontaux CO. L'étude est menée dans le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$, supposé galiléen, auquel on associe le repère cartésien $\{0, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$. Le côté CO est situé sur un axe de rotation Δ (horizontal) fixe dans $\mathcal{R}$, et orienté par le vecteur unitaire $\mathbf{e}_z$. On note $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_y$ le champ de pesanteur d'intensité $g = \|\mathbf{g}\|$, $\mathbf{e}_y$ étant un vecteur unitaire orienté dans le sens vertical ascendant. On note θ l'angle qui repère le vecteur $\mathbf{OA}$ par rapport à la verticale descendante (figure 3 ci-après). On néglige tout frottement, dont ceux de la liaison pivot, supposée parfaite.

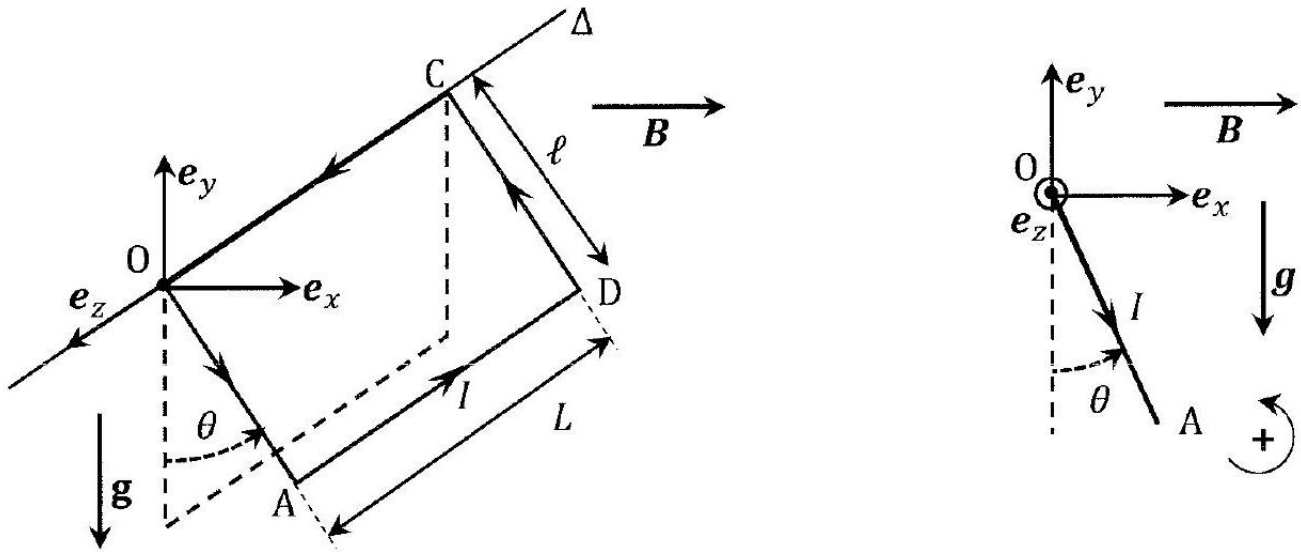


FIGURE 3 –

On note m la masse du cadre et J_z son moment d'inertie par rapport à l'axe Δ . Une alimentation, non représentée sur la figure, impose un courant stationnaire, d'intensité I le long du cadre, dans le sens indiqué sur la figure ($I > 0$). Enfin, le cadre est immergé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_x$ où $B > 0$. On néglige l'auto-induction dans le cadre.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ .
2. Déterminer la ou les positions angulaires d'équilibre θ_e du cadre.
3. Justifier que la position $\theta = 0$ est stable et déterminer l'expression de la période T_0 du mouvement du cadre au voisinage de cette position d'équilibre.

Dans la suite, nous ne nous placerons plus dans l'hypothèse des oscillations au voisinage de la position d'équilibre stable.

4. À un instant pris comme origine temporelle ($t = 0$), on lance le cadre depuis la position initiale $\theta(0) = 0$ avec une vitesse angulaire initiale $\dot{\theta}(0) > 0$. Déterminer $\dot{\theta}(0)$ afin que le cadre puisse atteindre la position $\theta = \frac{\pi}{2}$ rad, avec une vitesse nulle.

5. On coupe désormais le champ magnétique ($B = 0$) et on modifie les conditions de lancement du cadre de sorte qu'à l'instant initial :

$$\theta(0) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{\theta}(0) = \left(\frac{3mg\ell}{J_z} \right)^{1/2}$$

Déterminer la valeur absolue de la vitesse angulaire minimale notée $\dot{\theta}_m$ atteinte par le cadre au cours de son mouvement.

Exercice 3 : Chauffage ohmique par induction

Dans les tokamaks ; utilisés pour réaliser un confinement magnétique, une partie de l'échauffement est réalisé par induction. Un solénoïde situé au centre du tokamak produit un champ magnétique $\vec{B}_1$ dépendant du temps. Le plasma, de géométrie torique, entoure ce solénoïde central : il est alors parcouru par un intense courant induit qui, par effet Joule, échauffe le plasma. On se propose de modéliser sommairement cette situation. On se place en coordonnées cylindriques (r, θ, z) d'axe (Oz). Le solénoïde central d'axe (Oz), de rayon a_1 , est parcouru par un courant $i_1(t)$ qui génère un champ magnétique $\vec{B}_1$ tel que $\vec{B}_1(r < a_1, t) = \beta i_1(t) \vec{e}_z$ (avec β constant) et $\vec{B}_1(r > a_1, t) = \vec{0}$. Le plasma est assimilé à une boucle de courant filiforme parcourue par $i_2(t)$, de même axe que le solénoïde central et de rayon $a_2 > a_1$ (figure 4).

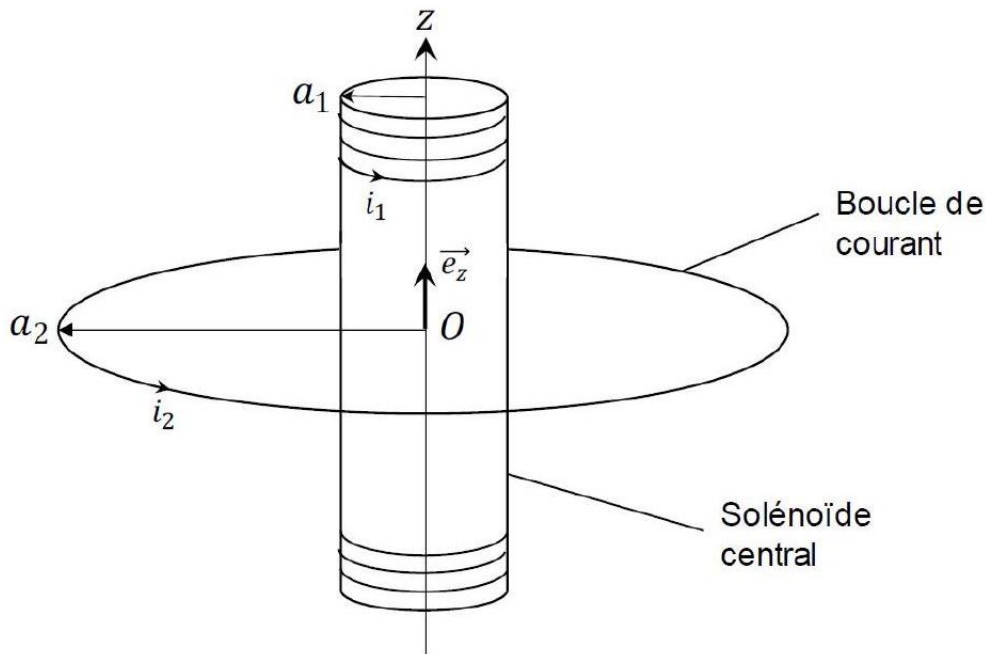


FIGURE 4 – Représentation schématique du système solénoïde central - plasma dans le tokamak

1. Exprimer l'inductance mutuelle M entre le solénoïde central et la boucle de courant, en fonction de β et de a_1 . Calculer M pour le tokamak ITER, sachant que $a_1 = 2$ m et que le champ magnétique au centre du solénoïde est de 13 T pour un courant maximal de 46 kA .

On modélise l'interaction entre le solénoïde et le plasma par le circuit électrique représenté figure 5. Le solénoïde central, d'inductance propre L_1 et de résistance R_1 , est parcouru entre $t = 0$ et $t = t_1$

par le courant $i_1(t) = I_0 \left(1 - \frac{t}{t_1}\right)$ avec I_0 et t_1 des constantes. La boucle de courant représentant le plasma a pour résistance R_2 et pour inductance propre L_2 ; elle est parcourue par le courant $i_2(t)$. À $t < 0$, le courant i_2 est nul. M est l'inductance mutuelle entre les deux circuits.

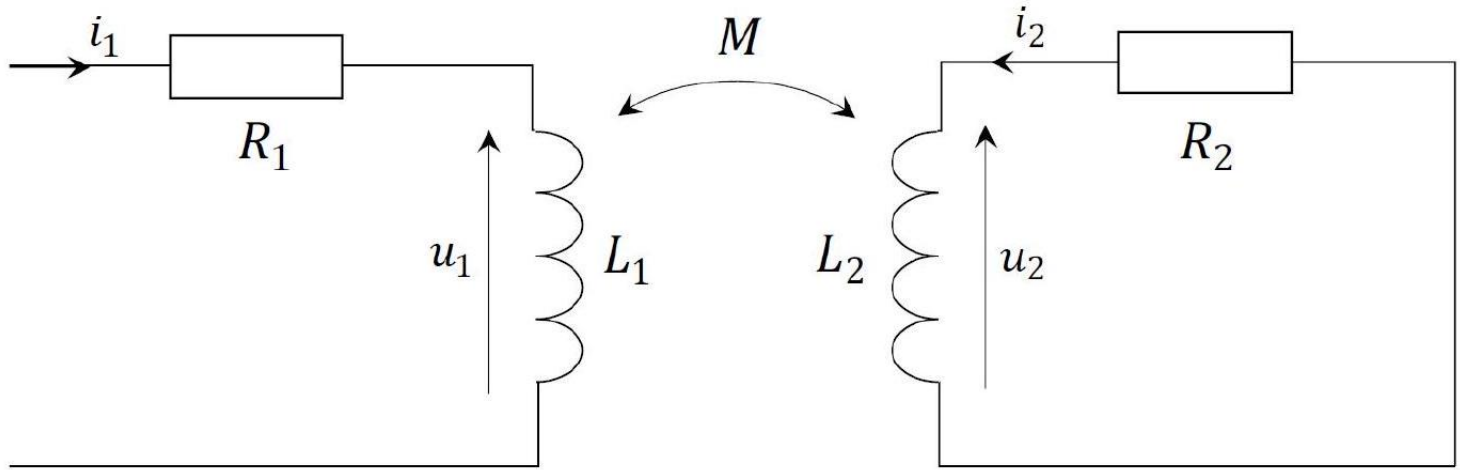


FIGURE 5 – Circuit équivalent au système solénoïde central - plasma

2. Montrer que $i_2(t)$ vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{di_2}{dt} + \frac{i_2}{\tau_2} = \frac{I_0}{\tau_1}$$

avec τ_1 et τ_2 qui seront exprimés en fonction de L_2, R_2, M et de t_1 .

3. En déduire $i_2(t)$. En supposant $t \ll \tau_2$, simplifier cette expression par un développement limité au premier ordre en t/τ_2 .
4. Exprimer l'énergie reçue par R_2 entre $t = 0$ et $t = t_1$ en fonction de R_2, L_2, M, I_0 et de t_1 , en supposant que $t_1 \ll \tau_2$. Quel est l'effet de cette énergie sur le plasma ?
5. Le physicien américain Lyman SPITZER a établi en 1950 que la résistivité ρ d'un plasma soumis à un champ magnétique dépendait de la température T du plasma proportionnellement à $T^{-3/2}$. À partir de cette information, quelle critique peut-on émettre sur la modélisation effectuée dans cette partie ?