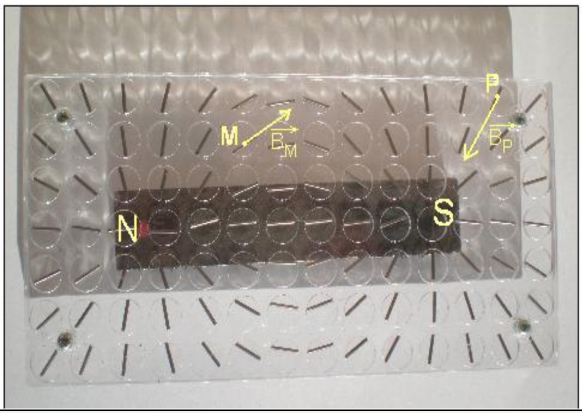
Champ magnétique et force de Laplace

Lire les pages 2 et 3

Introduction : aimant, électro-aimant et carte de champ magnétique



On place des petites boussoles (aiguilles aimantées) au voisinage d'un aimant droit. Ces boussoles s'orientent selon la direction du champ magnétique au point considéré (voir justification dans ce chapitre).

Ceci permet de définir le champ $\vec{B}$ en tout point M :

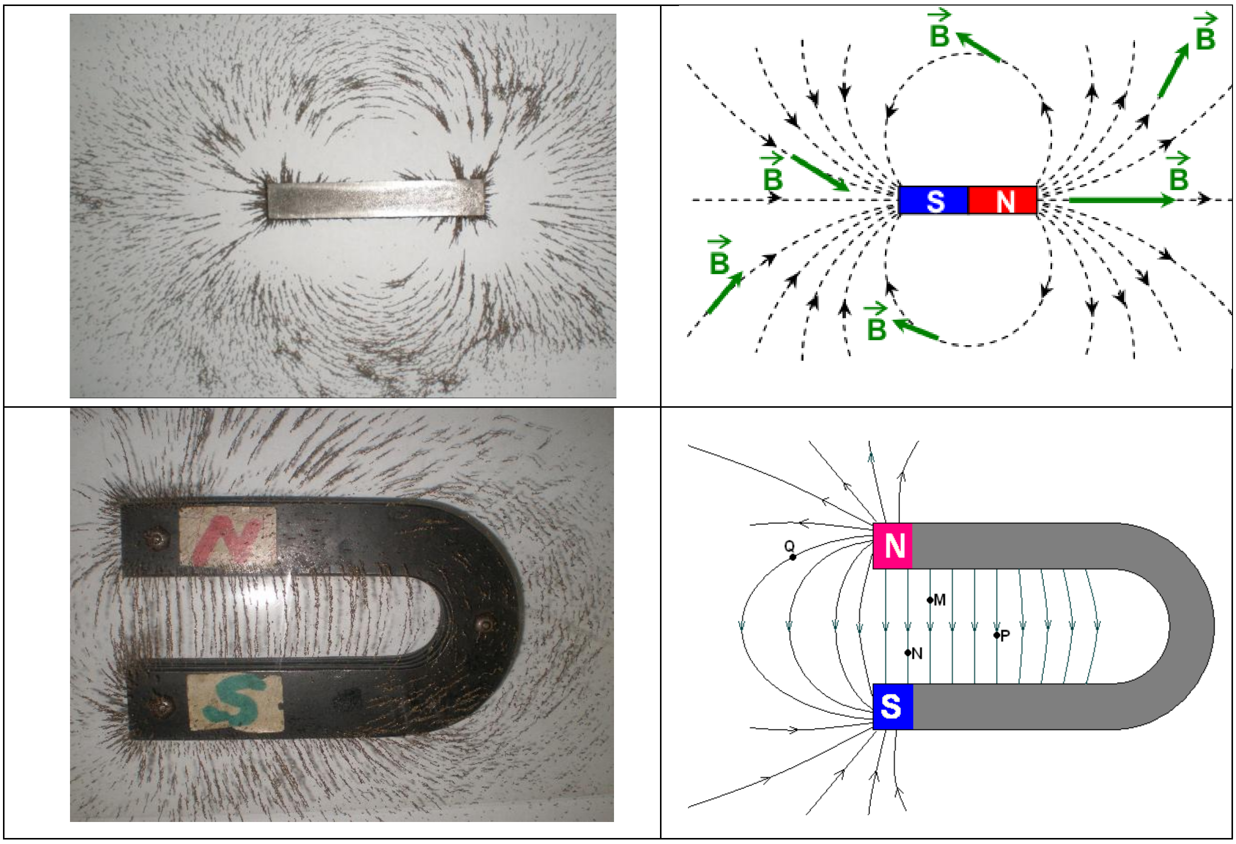
- point d'application : M
- direction : celle de la boussole en M
- sens : **du pôle Nord vers le pôle Sud** de l'aimant (par convention arbitraire)
- valeur : $\|\vec{B}\|$ exprimée en tesla (T)

<u>Définitions</u> (à connaître) :

Une ligne de champ est une courbe orientée telle qu'en chaque point M de la courbe, la tangente à la courbe a la même direction et le même sens que le vecteur considéré, $\vec{B}$ ici.

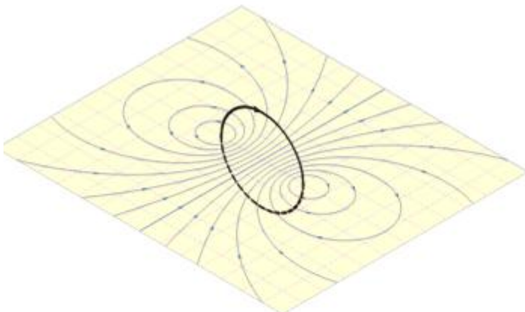
L'ensemble des lignes de champs forment ce que l'on appelle une **carte de champ**.

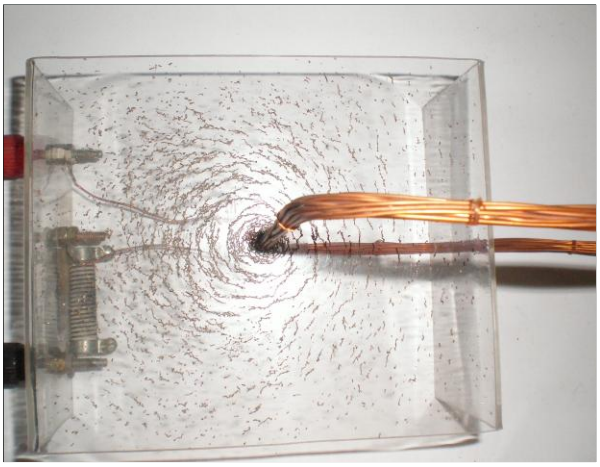
*Vous devez connaître les lignes de champ d'un **aimant droit** et d'un **aimant en U**.*

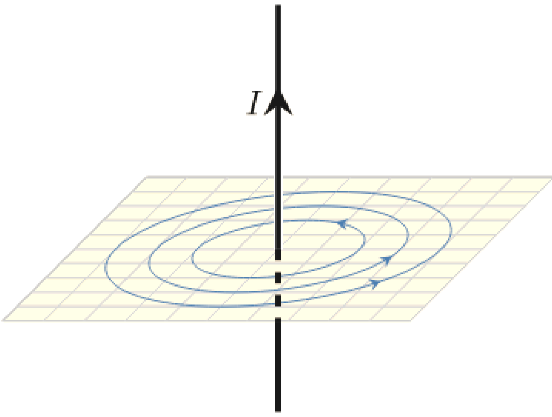


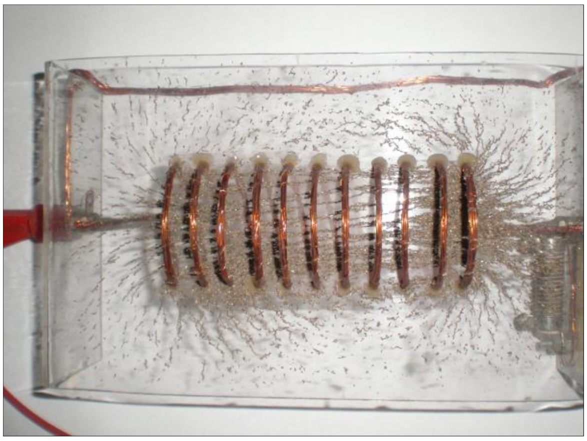
Mais il existe une autre façon de créer un champ magnétique : en faisant circuler un courant dans un fil, comme le prouve la carte de champ ci-contre d'une **spire circulaire** parcourue par un courant d'intensité I.

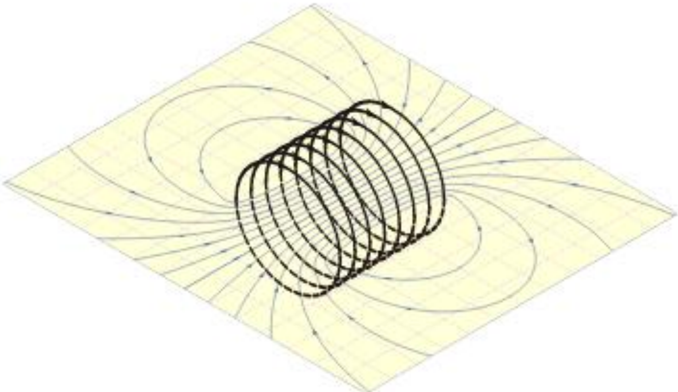
*Cette carte de champ est à connaître tout comme les deux suivantes : cas d'un **fil rectiligne** et cas d'une **bobine longue** (ou solénoïde) équivalente à une série de spires juxtaposées de même rayon et de même axe.*











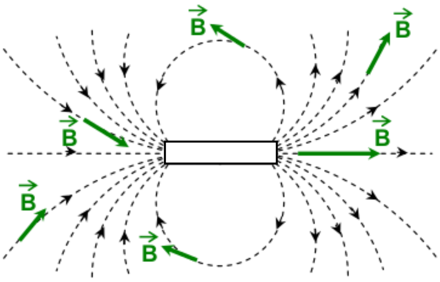
I Propriétés du champ magnétique

1 Énoncé des propriétés

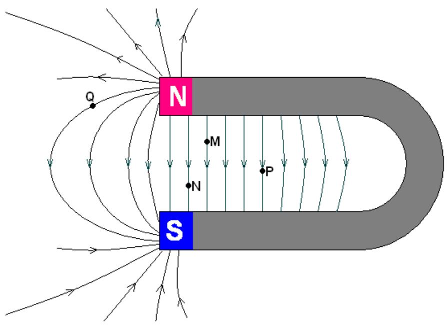
- Les lignes de champ magnétique sont toujours fermées.
- Si deux lignes de champ se coupent en un point, alors le champ est nul en ce point.
- Dans une zone de champ magnétique uniforme, les lignes de champ magnétique sont parallèles entre elles.
- Le champ magnétique augmente dans des zones où les lignes de champ se resserrent. Le champ magnétique diminue dans les zones où les lignes de champ s'éloignent.
- Par convention, les lignes de champ magnétique d'un aimant quittent le pôle Nord de l'aimant et entrent par le pôle Sud

<u>Applications</u> :

Indiquer le pôle Nord et les zones de champs forts



Indiquer la zone de champ uniforme



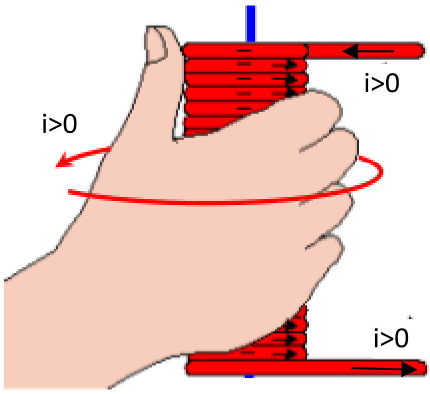
2 Cas d'un champ magnétique créé par un courant

- Les lignes de champ magnétique d'un circuit électrique filiforme entourent les fils électriques ; on dit qu'elles enlacent les courants qui les créent (voir le cas du fil rectiligne et de la spire).
- Le sens des lignes de champ magnétique est imposé par la règle de la main droite :

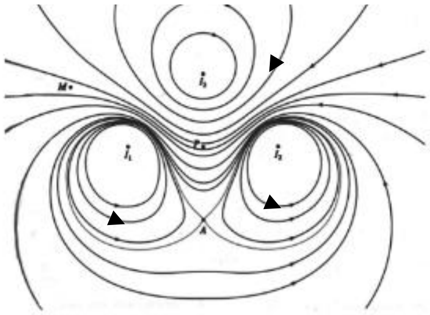
◦ le sens positif du courant entre par la base des doigts et le pouce donne le sens du champ magnétique (cas d'une spire ou d'une bobine longue) ;

◦ ou : le sens positif du courant entre par la base du pouce et les quatre autres doigts donnent l'orientation des lignes de champ qui entrent par la base des doigts (cas d'un fil rectiligne).

<u>Applications</u> : *Déterminer le sens de $\vec{B}$*



Identifier le sens des courants, les zones de champ fort et de champ nul



3 Champ créé par un solénoïde infini

Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde infini (ou non infini mais en ne se plaçant pas trop près des extrémités afin de pouvoir négliger « les effets de bord »), est uniforme et proportionnel à l'intensité *i* qui le traverse :

Calculer le champ magnétique créé par un solénoïde de longueur L = 10,0 cm, constitué de 1000 spires parcourues par un courant d'intensité I = 1,0 A.

4 Ordres de grandeur de champ magnétique

Quelques ordres de grandeur sont à connaître.

Source du champ	Aimant usuel	Terre	Appareil IRM
Valeur en Tesla	0,01 T à 1 T	4,7 x 10^{-5} T	3 T

L'IRM (imagerie par résonance magnétique) nécessite un champ magnétique puissant produit par un aimant supraconducteur qui crée une magnétisation des tissus par alignement des moments magnétiques de spin. Des champs magnétiques oscillants plus faibles sont alors appliqués de façon à légèrement modifier cet alignement et produire un phénomène de précession qui donne lieu à un signal électromagnétique mesurable.

II Symétries et invariances

1 Invariances des sources et du champ magnétique

Méthode :

On cherche les transformations (translation ou rotation) qui laissent invariante la distribution de courant.

Exemples :

fil rectiligne de longueur fini

fil rectiligne infini

plan infini

Principe de Curie : un phénomène physique possède les mêmes invariances et les mêmes éléments de symétrie que ses causes (ici : la distribution de courant).

Donc, si la distribution présente une invariance, alors le champ magnétique présente la même invariance.

Choix des coordonnées :

- Si la distribution est invariante par rotation autour d'un axe Δ, alors il faut choisir les coordonnées cylindrique avec (*Oz*) = Δ

Exemple : fil rectiligne de longueur fini

- Cas où la distribution est aussi invariante par translation selon (*Oz*)

Exemple : fil rectiligne infini

- Si la distribution est uniquement invariante par translation selon une direction $\vec{d}$ (pas d'invariance par rotation) alors on choisit les coordonnées cartésiennes avec un des vecteurs de la base dans la direction $\vec{d}$.

Exemple : plan infini dans la direction $\overrightarrow{u_x}$

- Et si la distribution est invariante par rotation autour d'un point *O*, alors on choisit les coordonnées sphériques

2 Symétries des sources

Toute source d'un champ magnétique peut être caractérisée par un champ de vecteur :

- dans le cas d'un électro-aimant, il s'agit du vecteur densité de courant $\vec{j}$ de même direction et même sens que l'intensité I du courant.
- dans le cas d'un aimant permanent, il s'agit du vecteur moment magnétique $\vec{M}$ (voir paragraphe suivant).

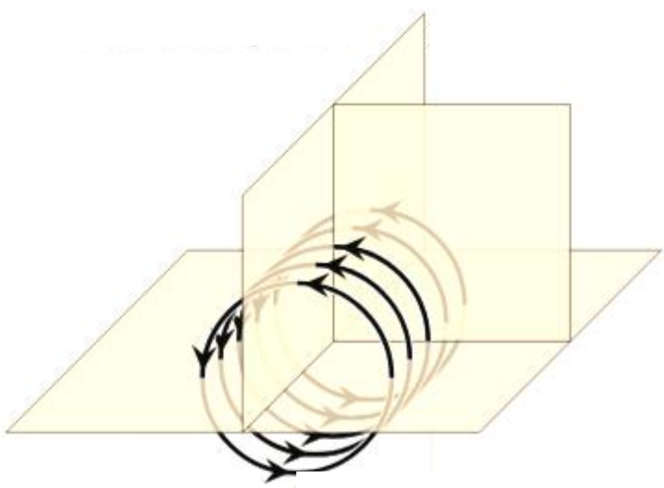
Plan de symétrie	Plan d'antisymétrie

Méthode :

- on choisit un plan particulier (noté π ou π' selon le type de symétrie…) ;
- on choisit un point *M* quelconque et on représente son symétrique *M '* par rapport au plan ;
- si, pour tout point *M* et *M '*, le vecteur caractérisant la source ($\vec{j}$ ou $\vec{M}$) en *M '* est symétrique de celui en *M*, alors **le plan, noté π, est plan de symétrie des sources** ;
- si, pour tout point *M* et *M '*, le vecteur caractérisant la source ($\vec{j}$ ou $\vec{M}$) en *M '* est l'opposé du symétrique de celui en *M*, alors **le plan, noté π ', est plan d'antisymétrie des sources**.

Exemple :

Indiquer, pour chacuns des trois plans ci-dessous, s'il s'agit d'un plan de symétrie ou d'antisymétrie pour la distribution de courant.



3 Symétries du champ magnétique

Théorèmes :

- Un plan de symétrie des sources est un plan d'antisymétrie du champ magnétique.
- Un plan d'antisymétrie des sources est un plan de symétrie du champ magnétique.

Théorèmes (reformulés) :

T1 - Le champ magnétique $\vec{B}(M')$ en un point *M'* symétrique de *M* par rapport à un plan de symétrie de la distribution de courant est

T2 - Le champ magnétique $\vec{B}(M')$ en un point *M'* symétrique de *M* par rapport à un plan de d'antisymétrie de la distribution de courant est

Exemple du fil infini *Δ* : en admettant que $\vec{B}(M)$ est perpendiculaire aux plans de symétrie de la distribution (voir propriété P1)

Propriétés :

P1 -

P2 -

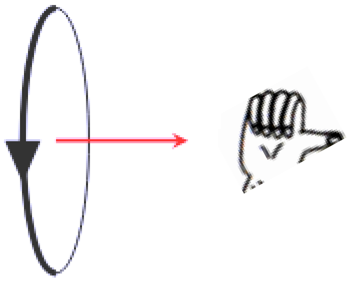
Justifications :

Exemples : *voir exercice 6*

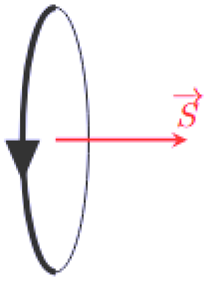
III Le moment magnétique

Conformément au programme, nous ne nous intéresserons qu'à des boucles de courants planes et à des aimants droits.

1 Vecteur surface associé à une boucle de courant plane de forme quelconque

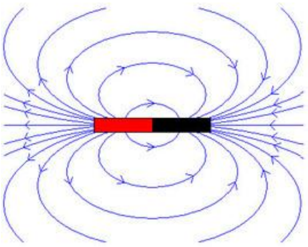


2 Moment magnétique d'une spire plane de forme quelconque

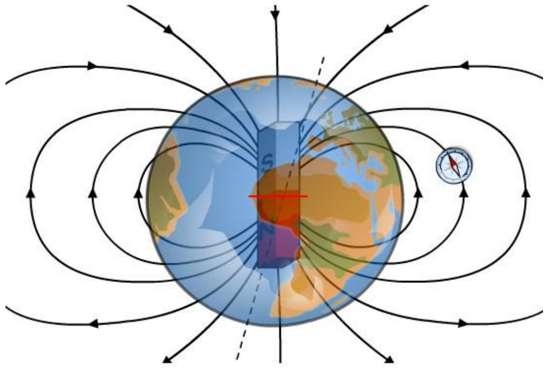


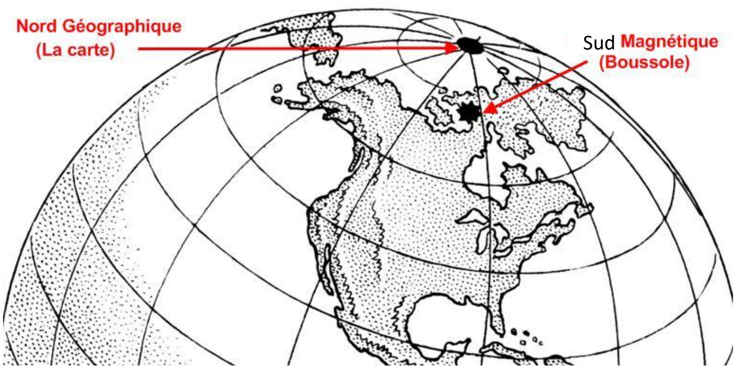
3 Moment magnétique d'un aimant

Représenter le vecteur moment magnétique de l'aimant droit ci-dessous (***M* ≈ 1 A · m²**). Justifier.



4 Moment magnétique et lignes de champ de la Terre



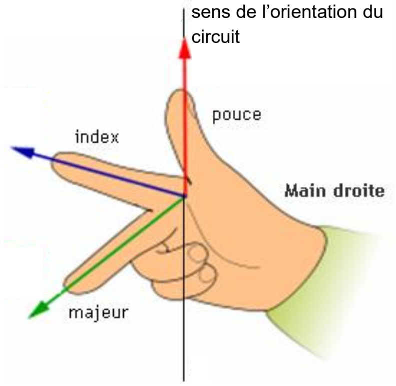


La Terre se comporte comme un aimant droit, son pôle magnétique Sud étant actuellement dirigé vers le Nord géographique. Son moment magnétique vaut environ 8 x 10^{22} A · m².

Deux pôles opposés s'attirant, le pôle Nord d'une boussole indique donc la direction du Nord géographique parce qu'il indique la direction du Sud magnétique !

IV La force de Laplace

1 Densité linéique de la force de Laplace



Soit une portion de circuit de longueur infinitésimale dl, parcourue par un courant d'intensité I et placée dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ uniforme et stationnaire.
On oriente arbitrairement la portion de circuit et on la caractérise alors par le vecteur $d\vec{l}$.

La portion de circuit caractérisée par $d\vec{l}$ et placée dans le champ $\vec{B}$

Remarque 1 : le sens de cette force dépend du signe de *i* (et *i* est > 0 si le sens de l'orientation du circuit est celui du sens conventionnel du courant et < 0 sinon).

Remarque 2 : le champ magnétique $\vec{B}$ est créé par un aimant extérieur au circuit. Ce champ $\vec{B}$ ne doit pas être confondu avec le champ créé par le circuit lui-même et que nous noterons par la suite $\overrightarrow{B_P}$, appelé **champ propre**.

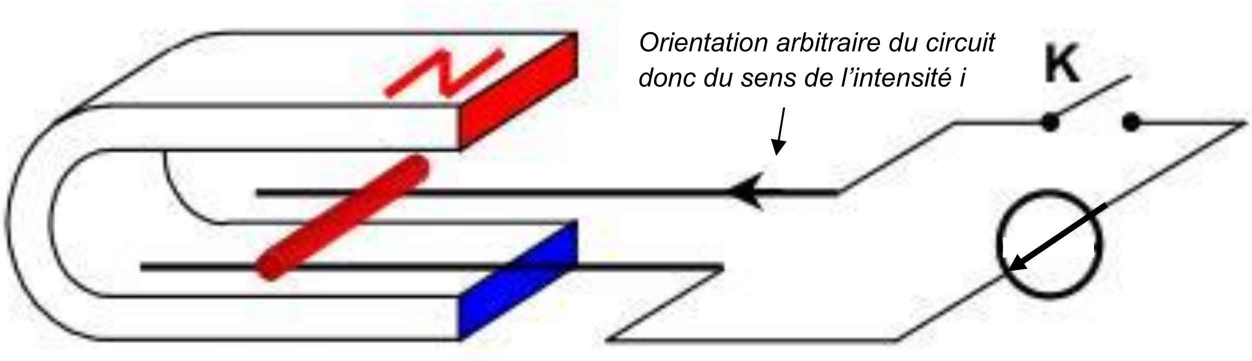
2 Expression de la force de Laplace dans le cas d'un circuit rectiligne

Soit un circuit rectiligne de longueur *L* parcouru par une intensité *i* et placé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et stationnaire.

On oriente arbitrairement le circuit et on note $\vec{L}$ le vecteur de norme *L* de même direction que le circuit rectiligne et du sens de son orientation arbitraire.

Le circuit rectiligne est soumis à une force appelée **force de Laplace** égale à :

3 Expérience du rail de Laplace



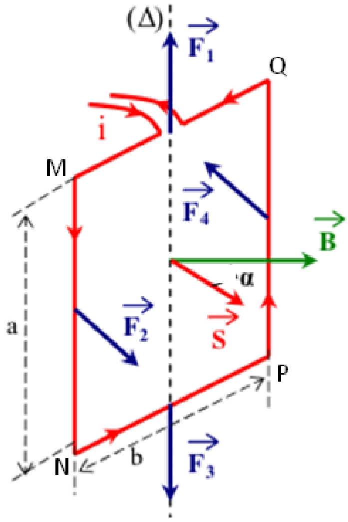
Voir exercice 1

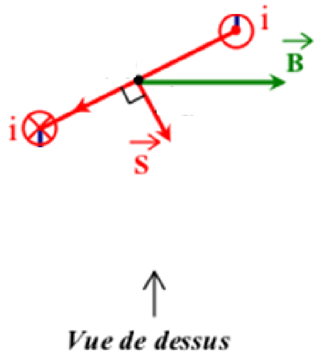
4 Puissance de la force de Laplace

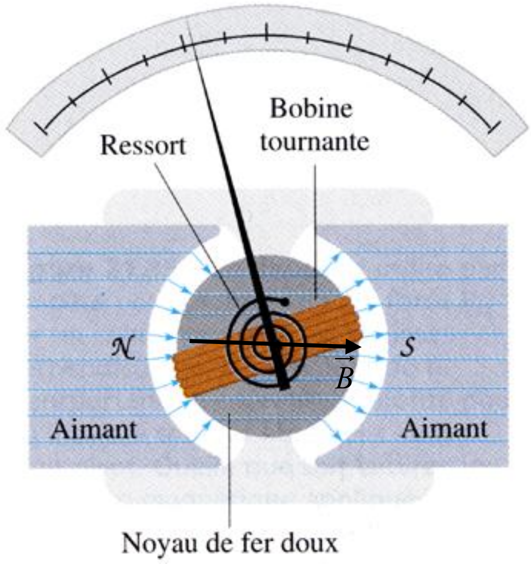
V Couple magnétique

1 Couple magnétique exercé sur un cadre mobile

Voir exercice 7







Les forces $\vec{F_2}$ et $\vec{F_4}$ font tourner le cadre autour de Δ dans le sens positif de rotation (sens de l'orientation de α).

Ces deux forces créent un couple de force de moment $\vec{\Gamma} =$

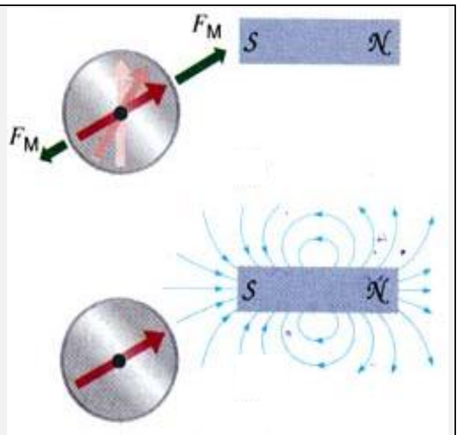
Et si le cadre est constitué dans enroulement de *N* spires : $\vec{\Gamma} =$

Ce moment est proportionnel à l'intensité du courant circulant dans le cadre. Cette propriété est utilisée pour mesurer l'intensité d'un courant à l'aide d'un galvanomètre à aiguille (voir figure de droite).

2 Couple magnétique exercé sur un moment magnétique

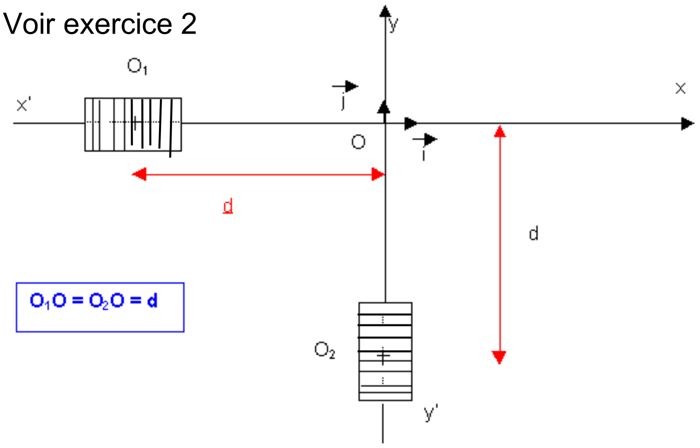
Voir démonstration dans l'exercice 7 et application dans l'exercice 3

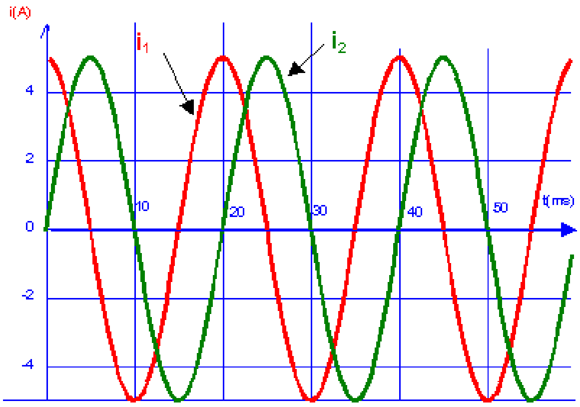
3 Effet d'un champ magnétique permanent sur une boussole



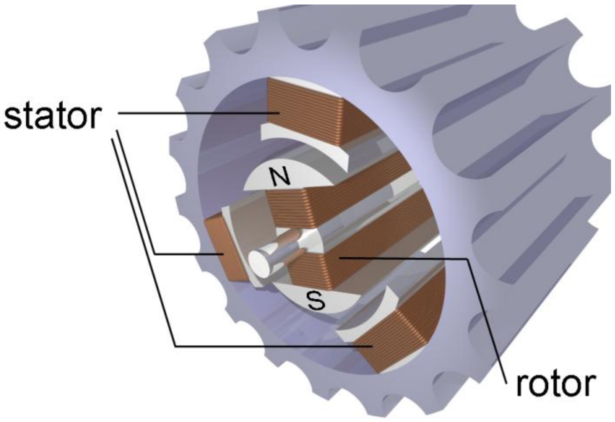
4 Effet d'un champ magnétique tournant sur un circuit mobile (rotor)

Voir exercice 2



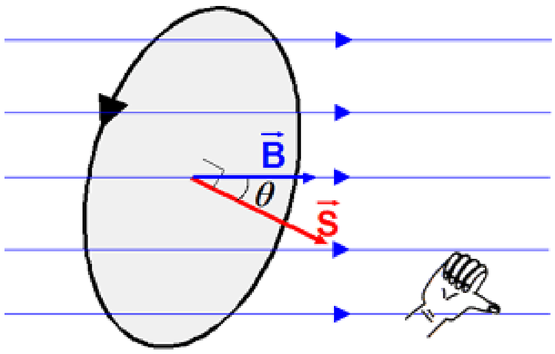


Le champ magnétique créé par 2 bobines (en pratique 4), dont les directions forment un angle de $\frac{\pi}{2}$ (voir schéma ci-dessus), et dont les courants de même pulsation ω sont déphasés de $\frac{\pi}{2}$ (en quadrature de phase : voir oscillogramme ci-dessus),

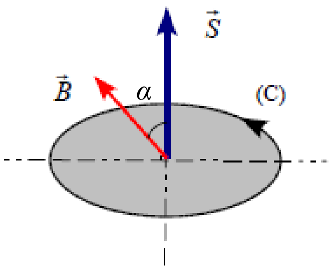


En pratique on réalise plutôt des moteurs avec trois bobines (au lieu de deux comme dans l'exemple précédent) espacées de 120° et branchées sur du triphasé. Quel est le déphasage entre les différentes tensions dans du triphasé ?

VI Flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface plane



Exemple :

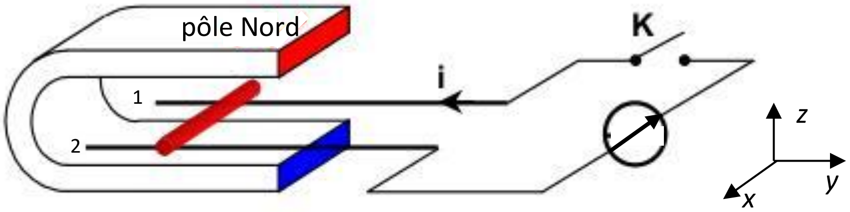


Calculer le flux du champ magnétique de norme B = 1,0 T à travers N = 100 spires circulaires de rayon R = 5,0 cm. On prendra $\alpha = \pi/4$.

VII Exercices

1 Le rail de Laplace

On considère le montage ci-dessous. La tige de masse m est initialement immobile et située en $y = 0$. A $t = 0$, on ferme l'interrupteur K. On note L la longueur de la tige située entre les rails (1 et 2) de Laplace. On négligera les frottements. On observe un déplacement de la tige sur les rails.



1- Représenter les forces s'exerçant sur la tige et donner leurs expressions projetées dans la base.

2- Déterminer $v(t) = dy/dt$.

3- Déterminer l'expression de la puissance $P(t)$ de la force de Laplace en fonction du temps.

4- Soit $|\Phi| = B.S$, S étant la surface du circuit plongée dans l'entrefer de l'aimant. Déterminer l'expression de $|d\Phi/dt|$ puis relier $|P(t)|$ à $|d\Phi/dt|$. En déduire à quelle grandeur $d\Phi/dt$ est homogène.

2 Exercice d'application : champ tournant

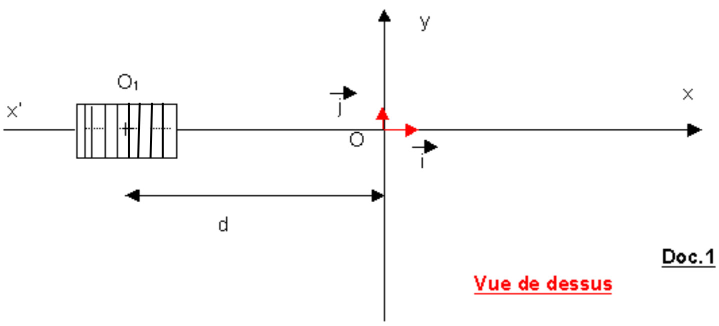
Dans le plan horizontal, on choisit un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

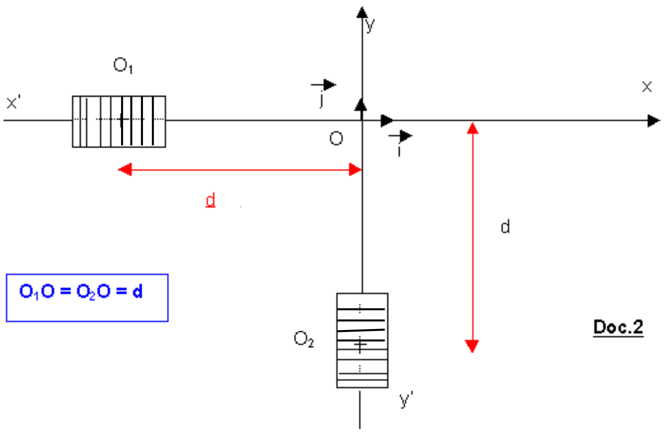
1. Une bobine (b_1) d'axe horizontal x'Ox, de centre O_1 situé à la distance d du point O ($O_1O = d$), est parcourue par un courant d'intensité i_1. Elle crée, au point O, un champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$ (doc. 1).
Préciser, sur le schéma ci-dessous, le sens positif du courant dans les spires de (b_1) qu'il convient de choisir pour pouvoir écrire $\overrightarrow{B_1}$ sous la forme : $\overrightarrow{B_1} = k i_1 \vec{i}$

i_1 : valeur algébrique de l'intensité du courant dans (b_1).

k : constante positive $k = 4{,}0.10^{-4}$ T.A^{-1}

Déterminer les caractéristiques de $\overrightarrow{B_1}$ lorsque $i_1 = 5{,}0$ A.



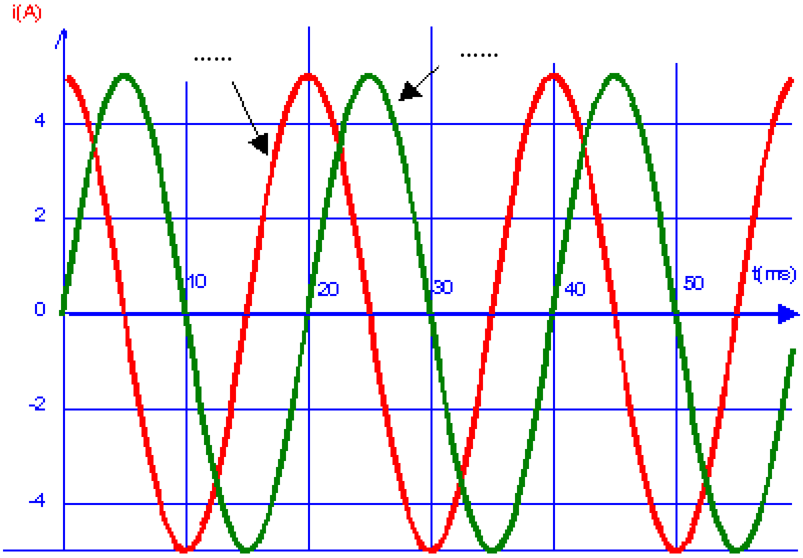


2. Une bobine (b_2), identique à (b_1), d'axe $y'Oy$, de centre O_2 situé à la distance d du point O, est parcourue par un courant d'intensité i_2. Elle crée au point O un champ magnétique $\overrightarrow{B_2} = k i_2 \vec{j}$ (doc.2).

Déterminer les caractéristiques du champ magnétique total $\vec{B}$ au point O lorsque les deux bobines sont parcourues par des courants de même intensité $i_1 = i_2 = 5{,}0$ A. Que devient ce champ lorsque $i_1 = 5{,}0$ A et $i_2 = -5{,}0$ A ?

3. Chaque bobine est maintenant traversée par un courant alternatif sinusoïdal de même amplitude I_m et de même période T. Les variations au cours du temps des intensités i_1 et i_2 qui traversent les bobines (b_1) et (b_2) sont données par les équations horaires :

$i_1 = I_m\cos(\omega t)$; $i_2 = I_m\cos(\omega t - \pi/2)$



Le document 3 représente les variations des intensités i_1 et i_2 des courants en fonction du temps.

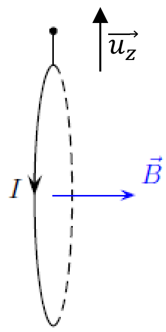
3.1. Légender l'oscillogramme ci-contre. Justifier.

3.2. Exprimer le champ magnétique $\vec{B}$ créé par les deux bobines au point O en fonction de k, i_1 et i_2. Représenter ce vecteur champ magnétique aux instants de date : $t = 0$; $t = T/4$; $t = T/2$; $t = 3T/4$; $t = T$.

3.3. Montrer, par le calcul, que l'intensité du champ magnétique $\vec{B}$ au point O est constante.

3.4. Soit α la valeur algébrique de l'angle $\alpha = (\vec{i}, \vec{B})$, cet angle est orienté dans le sens trigonométrique. Exprimer α en fonction du temps puis conclure.

3 Spire oscillante dans le champ magnétique terrestre



On suspend à un fil sans torsion une spire circulaire de masse m, de moment d'inertie J par rapport à l'axe du fil, de rayon R, et parcourue par un courant d'intensité $I > 0$. Elle est plongée dans le champ magnétique terrestre, supposé uniforme, horizontal : $\vec{B} = B\overrightarrow{u_x}$. On suppose que le fil n'exerce pas de couple de torsion sur la spire.

1. Exprimer dans la base cartésienne, le moment des forces de Laplace (dans le cas où le champ magnétique n'est pas perpendiculaire à la spire). Quelles sont ses positions d'équilibre ?

2. On écarte la spire d'un petit angle θ_0 à partir de sa position d'équilibre, puis on la lâche à l'instant $t = 0$ sans vitesse initiale. Décrire quantitativement le mouvement ultérieur de la spire.

3. Montrer que l'on peut mesurer la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

4 Rail de Laplace en pente

On reprend la situation des rails de Laplace, mais au lieu d'être horizontaux, ils font un angle α avec l'horizontale. Le champ magnétique est constant et uniforme, vertical et dirigé vers le haut.

Numériquement B = 150 mT, m = 8,0 g, l = 12 cm pour la masse et la longueur du barreau mobile, α = 30° et g = 9,8 m.s^{-2}. On négligera les frottements.

1. Faire un schéma en précisant le sens du courant pour que la force de Laplace tende à faire monter le barreau.

2. Calculer l'intensité du courant nécessaire pour permettre au barreau de monter à vitesse constante s'il a initialement une vitesse non nulle.

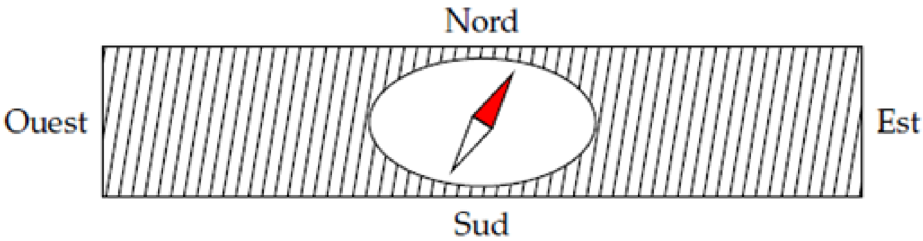
3. Calculer par deux méthodes (calcul direct et théorème de la puissance cinétique) la puissance des forces de Laplace sur le barreau s'il met 0,5 s pour augmenter son altitude de 10 cm.

5 Mesure du champ magnétique terrestre

On dispose d'une une aiguille aimantée mobile en rotation autour d'un axe vertical. Cette aiguille s'oriente parallèlement à la composante horizontale du champ magnétique existant à l'endroit où elle se trouve (pour simplifier, il est possible de considérer le champ magnétique terrestre comme horizontal).
On dispose aussi d'un solénoïde comportant n = 100 spires par mètre parcouru par un courant d'intensité I = 100 mA. On place ce solénoïde sur une table horizontale et on oriente son axe dans la direction Est-Ouest.

1. Calculer l'intensité du champ magnétique créé par le solénoïde dans le cadre du modèle du solénoïde infiniment long.

On rappelle la valeur de $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H.m^{-1} la perméabilité du vide.



2. Sachant que l'aiguille aimantée fait un angle α = 58° avec l'axe du solénoïde, déterminer la valeur de la composante horizontale B_H du champ magnétique terrestre.

6 Symétrie et invariances

Pour ce type d'exercice…

*- il est impératif de bien maîtriser les **propriétés et théorèmes du cours** ;*

*- il faut s'appliquer à faire **des schémas** (des vues en coupe sont toujours plus judicieuses) ;*

*- il faut se rappeler que, pour déterminer la direction du champ magnétique en un point M, il est nécessaire d'étudier les propriétés de symétrie d'**un plan contenant M**.*

1. Spire circulaire

Une spire conductrice circulaire d'axe (Oz), de centre O et de rayon a est parcourue par un courant d'intensité constante I.

- Étudier les invariances et les éléments de symétrie de cette distribution de courant et leurs conséquences sur le champ $\vec{B}$ créé en un point M de l'axe (Oz).
- Représenter les lignes de champ sur une vue en coupe (xOz).
- Représenter le vecteur $\vec{B}(M)$, avec M sur l'axe (Oz), ainsi que $\vec{B}(M')$ avec M' symétrique de M par rapport au plan de la spire.

2. Solénoïde

On réalise un solénoïde en enroulant un fil conducteur fin sur un support isolant de forme cylindrique. L'enroulement est supposé être très serré de sorte qu'on puisse l'assimiler à un empilement de spires circulaires identiques, de rayon a et de même axe (Oz). Chaque spire est parcourue par le même courant d'intensité constante I.

- Étudier les invariances et les éléments de symétrie de cette distribution de courant et leurs conséquences sur le champ $\vec{B}$ créé.
- Représenter les lignes de champ sur une vue en coupe (xOz).
- Quelle est la conséquence sur les invariances si le solénoïde est infini ?

3. Fil infini

Vu en cours.

4. Aimant droit

Soit un aimant droit caractérisé par un moment magnétique $\vec{B} = M\overrightarrow{u_x}$.

- Étudier les invariances et les éléments de symétrie de cette distribution et leurs conséquences sur le champ $\vec{B}$ créé.
- Représenter les lignes de champ sur une vue en coupe (*xOz*).

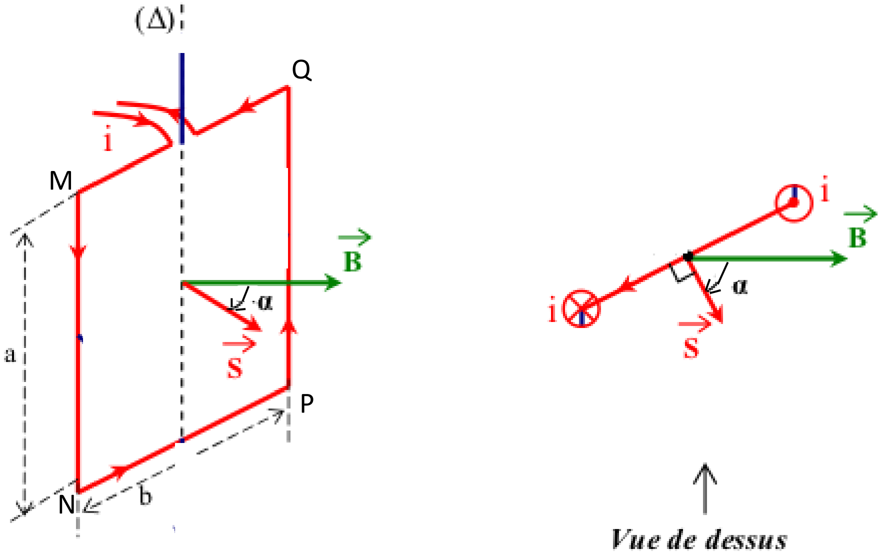
5. Nappe de courant

Une nappe de courant est un plan infini (*xOy*) constitué d'une infinité de fils serrés rectilignes de longueur infinie, de direction (*Ox*) et tous parcourus par une intensité I.

- Déterminer les invariances du champ magnétique.
- Déterminer la direction du vecteur champ magnétique en un point *M* quelconque.
- Représenter le vecteur $\vec{B}(M)$ ainsi que $\vec{B}(M')$ avec *M'* symétrique de *M* par rapport au plan de la nappe de courant.
- Représenter le vecteur champ magnétique en un point *M* de la nappe de courant.

7 Couple magnétique exercé sur un cadre rectangulaire

On étudie une spire rectangulaire *MNPQ* parcourue par un courant d'intensité *i* > 0, plongée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\,\overrightarrow{u_x}$ avec *B* > 0 créé par un environnement extérieur (aimant ou électroaimant). On suppose que la spire peut tourner autour de l'axe (*Oz*) noté (Δ) orienté vers le bas. L'angle α est l'angle entre $\vec{B}$ et $\vec{S}$, orienté de $\vec{B}$ vers $\vec{S}$.



1- Représenter la base $(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$ sur les schémas ci-dessus et justifier les directions et sens des forces de Laplace subies par les portions *NP* et *QM*. Quel est l'effet de ces deux forces sur le mouvement du cadre ?

2- Déterminer les expressions des forces de Laplace $\overrightarrow{F_2}$ et $\overrightarrow{F_4}$ subies par les portions *MN* et *PQ* puis représenter-les sur le schéma de droite. Quel est l'effet de ces deux forces sur le mouvement du cadre ? Comment nomme-t-on ce genre de forces ?

3- Déterminer les expressions des moments scalaires $\Gamma_\Delta(\overrightarrow{F_2})$ et $\Gamma_\Delta(\overrightarrow{F_4})$, sans calculer préalablement les moments vectoriels, puis en déduire l'expression du moment Γ_Δ subi par la spire rectangulaire.

4- Prouver que le moment mécanique $\vec{\Gamma}$ subi par la spire rectangulaire peut se mettre sous la forme $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$, $\vec{M}$ étant le moment magnétique de la spire.