MPSI1 – Programme de colles
Semaine 14 – du 15 au 19 janvier 2023

Structures algébriques usuelles

Révisions

Groupe symétrique

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Groupe des permutations de l'ensemble $\{1, \dots, n\}$. Cycle, transposition. Décomposition d'une permutation en produit de cycles à supports disjoints : existence, unicité, commutativité.	Notation S_n . Notation $(a_1 a_2 \dots a_p)$. La démonstration n'est pas exigible, mais les étudiants doivent savoir décomposer une permutation.
b) Signature d'une permutation	
Décomposition d'une permutation en produit de transpositions. Signature : il existe un unique morphisme de groupes de S_n dans $\{-1, 1\}$ envoyant toute transposition sur -1 . Groupe alterné A_n	La démonstration n'est pas exigible.

Dérivabilité : COURS UNIQUEMENT

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Nombre dérivé, fonction dérivée	
Dérivabilité en un point, nombre dérivé. La dérivabilité entraîne la continuité. Dérivabilité à gauche, à droite.	Définition par le taux d'accroissement. Caractérisation : une fonction f est dérivable en a si et seulement si elle admet un développement limité à l'ordre 1 en a . Dans ce cas
	$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + h\varepsilon(h), \text{ où } \varepsilon(h) \xrightarrow{h \rightarrow 0} 0.$
Dérivabilité et dérivée sur un intervalle. Opérations sur les fonctions dérivables : combinaison linéaire, produit, quotient, composition, réciproque.	Interprétation géométrique : tangente. Interprétation cinématique : vitesse instantanée. Tangente au graphe d'une fonction réciproque.
b) Extremum local et point critique	
Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.	Un point critique est un zéro de la dérivée.
c) Théorème de Rolle	

Au programme :

- cours : groupe symétrique et début de la dérivation.
- exercices : révisions d'algèbre (structures) + groupe symétrique.

Exemples de questions de cours.

1. Description de S_2 , S_3 , décomposition en cycles à supports disjoints d'une permutation concrète.
 2. Existence de la décomposition en cycles à supports disjoints (question difficile).
 3. Existence de la décomposition en produit de transpositions.
 4. Unicité de la signature, comme morphisme de S_n dans $\{-1, 1\}$ valant -1 sur les transpositions.
 5. Signature : définition et propriété de morphisme (on définit la signature comme $\varepsilon(\sigma) = (-1)^{n-c}$ où c est le nombre de cycles (incluant les 1-cycles)). (question difficile)
 6. Unicité de la signature.
 7. Cardinal de A_n .

 8. Équivalence des deux définitions de la dérivabilité (limite du taux d'accroissement ou dl).
 9. Dérivabilité d'un produit/d'une composée/de la bijection réciproque.
 10. Formule de Leibniz.
 11. Condition nécessaire d'extremum local.
 12. Théorème de Rolle.
-