MPSI
Pasteur 2024-2025

walter.ngambou@ac-versailles.fr

Test écrit du 15/11/2024

La rédaction importe moins que la démarche.

EDOS.

1. Résoudre $x' - 4x = 4$.

2. Résoudre le problème de Cauchy $\begin{cases} x'' - 2x' + 5x = 10 & (E) \\ x(0) = 1 \\ x'(0) = 1 \end{cases}$.

*

Q	R	S	
F	1	V	← pas possible
1	V	F	

Logique.

3. Montrer que : $(0 = 1) \Longrightarrow (\forall x, y \in \mathbb{R},\quad x = y)$.

4. On suppose que la proposition P est vraie ainsi que les propositions suivantes :

J'ai $R \vee S$
J'ai $\neg S \vee \neg Q$

- $(S \wedge Q) \Rightarrow \neg P$.
- $(\neg Q \wedge P) \Rightarrow \neg S$.
- $P \Rightarrow (R \vee S)$.
- $\neg Q \Rightarrow (R \wedge S)$.

* Si j'ai S, alors j'ai $\neg Q$

Indiquer les valeurs de vérités de P, Q, R et S dans le tableau suivant :

P	Q	R	S
V	V	V	F

✓

TB!

* Si j'ai $\neg S$, alors j'ai R
* Si j'ai $\neg Q$, alors j'ai $\neg S$ *

$\neg R \vee \neg S \Rightarrow Q$

1) L'ensemble des solutions est :

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ t \mapsto \lambda e^{4t} - 1 \end{array} : \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$ ✓

2) Les sol. de l'équat° homogène $x'' - 2x' + 5x = 0$ sont $\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ t \mapsto (\lambda_1 \cos(2t) + \lambda_2 \sin(2t))e^t \end{array} : (\lambda_1, \lambda_2) \in \mathbb{R}^2 \right\}$ ✓

Une sol. particulière de (E) est $t \mapsto 2$. ✓ Les sol. générales de (E) sont ✓

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ t \mapsto (\lambda_1 \cos(2t) + \lambda_2 \sin(2t))e^t + 2 \end{array} : (\lambda_1, \lambda_2) \in \mathbb{R}^2 \right\}.$$ ✓

La

Une sol. du problème de Cauchy est

$$f : \left| \begin{array}{l} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ t \mapsto (-\cos(2t) + \sin(2t))e^t + 2 \end{array} \right.$$ ✓

TB!

3) $(0 = 1)$ étant fausse, l'implication donnée est vraie. ✓

4) On a $R \vee S$ et $\neg S \vee \neg Q$. Si S, alors $\neg Q$. Si $\neg S$, alors R.

Q	R	S
F		V
	V	F

Mais si $\neg Q$, alors R, pas possible.