# 1 Relations binaires et nombres réels

Soit $E$ un ensemble.

1. En quantifiant, citer les attributs d'une relation d'ordre $\mathcal{R}$ sur $E$.
   COURS
2. On suppose que $E$ possède au moins deux éléments $x_0$ et $x_1$. L'ensemble $(\mathbb{R}^E, \leqslant)$ est-il totalement ou partiellement ordonné ? Justifier.
   Partiellement. Les fonctions $\mathbb{1}_{\{x_0\}}$ et $\mathbb{1}_{\{x_1\}}$ ne sont pas comparables.
3. On définit sur $\mathbb{R}$ la relation $\sim$ par : $x \sim y \Leftrightarrow \mathrm{ch}^2(x) - \mathrm{sh}^2(y) = 1$. Vérifier que $\sim$ est une relation d'équivalence.
   On a : $\forall x, y \in \mathbb{R}, x \sim y \Leftrightarrow \mathrm{ch}^2(x) = \mathrm{ch}^2(y)$. Donc il s'agit bien d'une relation d'équivalence car elle est réflexive, symétrique et transitive.
4. Soit $b$ un réel. En quantifiant, énoncer une stratégie pour montrer que $\sup(]-\infty, b[) = b$.
   COURS
5. Soit $A$ une partie non vide et minorée de $\mathbb{R}$. En quantifiant, énoncer une stratégie pour montrer que $\inf(A) = -\sup(-A)$. COURS

# 2 Calculs avec les nombres complexes

Résoudre les équations et systèmes d'équations suivants. Laisser quelque trace de raisonnement.

6. $z^4 - 256 = 0$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$. Réponse : $\{\pm 4; \pm 4i\}$.
7. $z^2 + (i-2)z = i - 3$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$. Réponse : $\{1+i; 1-2i\}$.
8. $|2z + i| = 2|z| + 1$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$. Réponse : $\{ix : x \in \mathbb{R}_+\}$.
9. $|z^2 - i| = |z^2 + i|$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$. Réponse : $\mathbb{R} \cup i\mathbb{R}$.
10. $\begin{cases} 2x & +3y & = & 8 \\ -7x & +9y & = & 11 \end{cases}$ d'inconnue $(x, y) \in \mathbb{C}^2$.
    Réponse : $\{(1; 2)\}$.
11. $\begin{cases} -8ix & -5y & = & 3 \\ 56x & -35iy & = & 21i \end{cases}$ d'inconnue $(x, y) \in \mathbb{C}^2$.
    Réponse : $\{(i + 5t; 1 - 8it) : t \in \mathbb{C}\}$.
12. $\cos^2(\theta) = 3\sin^2(\theta)$ d'inconnue $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.
    Réponse : $\left\{\frac{5}{6}\pi\right\}$.