MPSI1 – Programme de colles
Semaine 05 – du 13 au 17 octobre 2025

Fonctions usuelles

Révisions sur le programme précédent.

Raisonnement et vocabulaire ensembliste

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
c) Applications et relations	
Application d'un ensemble dans un ensemble. Graphe d'une application.	Le point de vue est intuitif : une application de E dans F associe à tout élément de E un unique élément de F. Le programme ne distingue pas les notions de fonction et d'application. Notations $\mathscr{F}(E,F)$ et F^E.
Famille d'éléments d'un ensemble.	
Fonction indicatrice d'une partie d'un ensemble.	Notation $\mathbb{1}_A$.
Restriction et prolongement.	Notation $f\|_A$.
Image directe.	Notation $f(A)$.
Image réciproque.	Notation $f^{-1}(B)$. Cette notation pouvant prêter à confusion, on peut provisoirement en utiliser une autre.
Composition.	
Injection, surjection. Composée de deux injections, de deux surjections.	
Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.	Notation f^{-1}. Compatibilité de cette notation avec celle de l'image réciproque.

Programme de cette colle :

— cours sur les fonctions usuelles, **notamment la définition des fonctions circulaires réciproques (catastrophiques la semaine dernière)** + cours sur le début des applications.

— exercices sur les fonctions usuelles, notamment les fonctions circulaires réciproques. En fin de colle et en fin de semaine, exercices sur les applications.

Exemples de questions de cours

1. Définition d'une des fonctions circulaires réciproques avec un théorème de la bijection + propriétés.
2. « Associativité » de la composition + Id est un « neutre » pour la composition.
3. Définition de l'image/de l'image réciproque + $A \subset f^{-1}(f(A))$ et $f(f^{-1}(B)) \subset B$. Contre-exemples à l'aide d'une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
4. Une composée d'injections est injective ; une composée de surjections est surjective.
5. L'exponentielle complexe est surjective de $\mathbb{C}^*$ sur $\mathbb{C}$ mais n'est pas injective.
6. Si $f \circ g$ est injective, alors g est injective ; si $f \circ g$ est surjective, alors f est surjective.
7. Équivalence des définitions d'une bijection (injective et surjective / $\forall y \in F,\ \exists! x \in E,\ f(x) = y$ / existence d'une bijection réciproque)