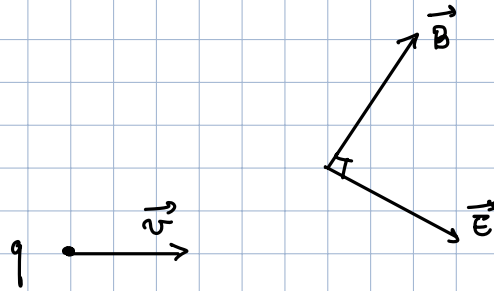


Chapitre M4 Mouvement d'une particule chargée dans un champ électromagnétique uniforme et stationnaire.

Dans ce chapitre, la situation d'étude est



Le système et la charge q . Par exemple

→ un électron, $q = -e$ avec $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

→ un proton, $q = +e$

→ un ion. Par exemple Na^+ $q = +e$, Cu^{2+} $q = +2e$; SO_4^{2-} $q = -2e$.

dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

sous le poids $\vec{P}$

et à la force due au champ $(\vec{E}, \vec{B})$.

$\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont uniformes et stationnaires.

A priori,

$\vec{E}(\vec{x}, t)$

et

$\vec{B}(\vec{x}, t)$.

champ uniforme
donc indep de $\vec{x}$.

champ stationnaire
donc indépendant de t .

Comment concevoir un champ électrique $\vec{E}$ uniforme et stationnaire?

de la manière

. en M

Q
en O

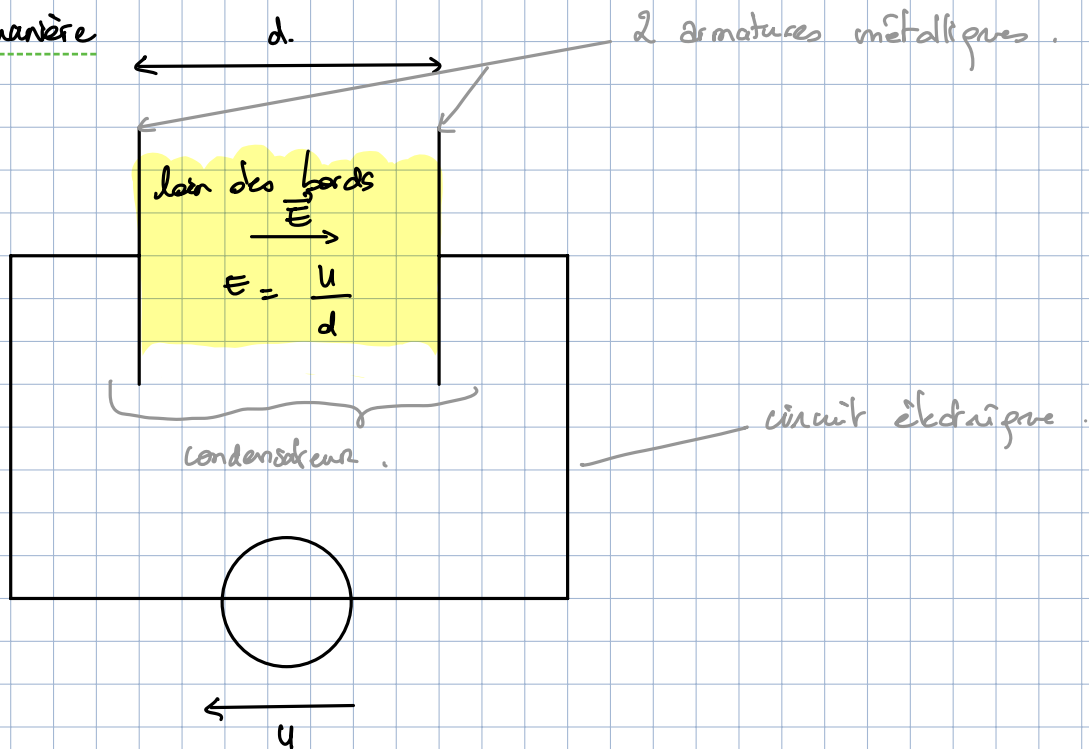
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r.$$

Si taille expérience $\ll r_1 = 0.1\text{m}$.

alors on peut dire

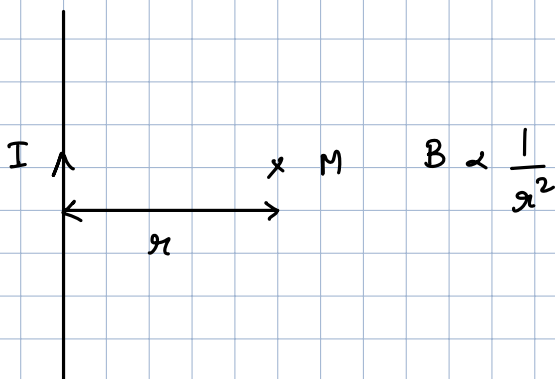
$$\vec{E} \approx \text{vecteur cot.}$$

2^e manière



Comment concevoir un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et stationnaire?

1^{ère} manière

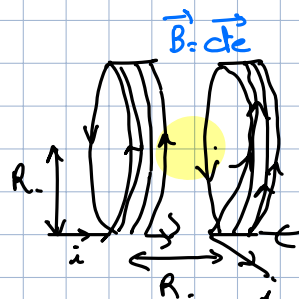
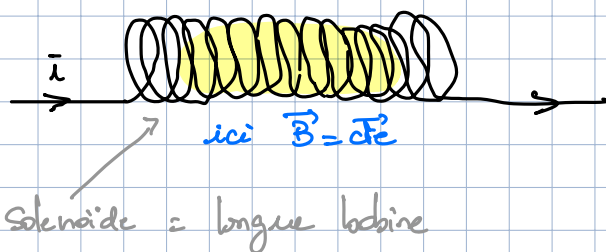


donc si

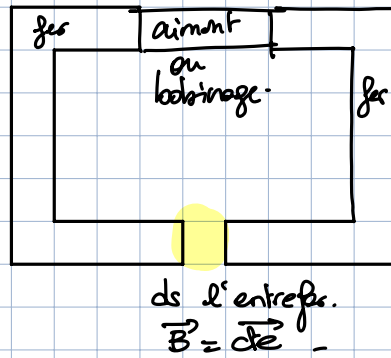
taille de l'exp $\ll r_1$,
distance fil-exp.

alors $\vec{B} \approx \text{cte.}$

2^e manière : avec bobines.



3^{ème} manière : avec / milieu ferromagnétique (aimant et / ou bobines).



- Plan :
- I. Action de $(\vec{E}, \vec{B})$ sur q : la force de Lorentz.
 - II. Mot de q ds $\vec{E}$.
 - III. Mot de q ds $\vec{B}$.
 - IV. Applications.

I. La force de Lorentz

①. Rappel de son expression.

L'expression vectorielle de $\vec{F}_L$ la force de Lorentz est

$$\vec{F}_L = q [\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}].$$

la charge
électrique
du système

la vitesse
de R
du système.

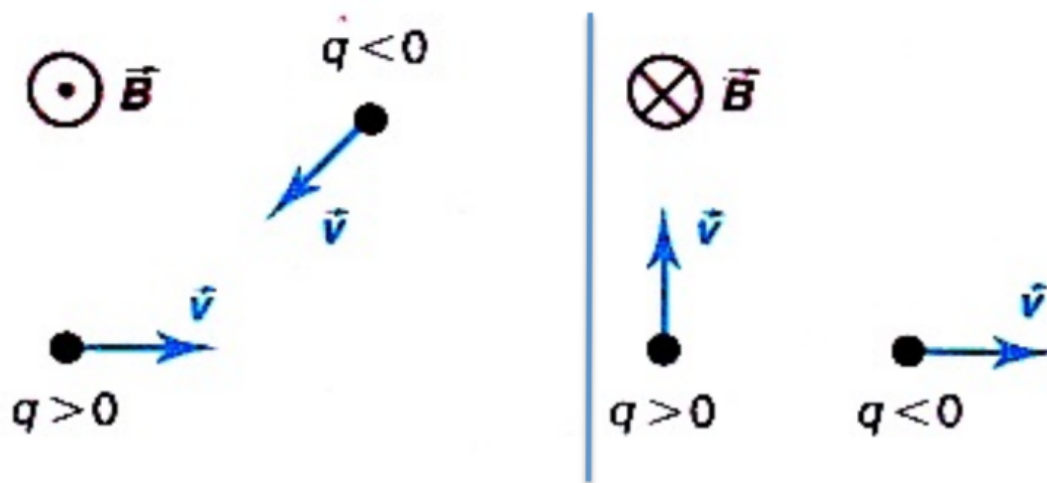
Rm. Si la charge est immobile,
même si elle est plongée ds 1 champ
magnétique,
alors il n'y a pas d'action magnétique.

En coordonnées cartésiennes,

$$\vec{F}_L = q \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{vmatrix} + q \begin{vmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{vmatrix} = q \begin{vmatrix} E_x + v_y B_z - v_z B_y \\ E_y + v_z B_x - v_x B_z \\ E_z + v_x B_y - v_y B_x \end{vmatrix}$$

Application 1 Force magnétique

Dans chaque cas, tracer le vecteur $q\vec{v}$ puis le vecteur force $\vec{F}_m$.



②. Influence qualitative de $\vec{F}_{el}$ et $\vec{F}_m$
 $q\vec{E}$ et $q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

On étudie la charge q .

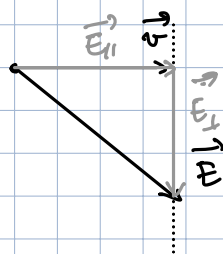
ds le RTSG.

soumis à son poids. $\vec{P}$

à la force de Lorentz $\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Le PFD s'écrit

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B} \quad \left(+ \vec{P} \right) \quad \text{on néglige.}$$



ainsi: $\vec{E} = \vec{E}_{||} + \vec{E}_{\perp}$

$$\vec{E}_{||} = \left(\vec{E} \cdot \frac{\vec{v}}{v} \right) \frac{\vec{v}}{v}$$

$$\vec{E}_{\perp} = \vec{E} - \vec{E}_{||} = \vec{E} - \left(\vec{E} \cdot \frac{\vec{v}}{v} \right) \frac{\vec{v}}{v}$$

soit $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{q \vec{E}_{\parallel}}_{\substack{\text{force colinéaire} \\ \vec{a} \parallel \vec{v}}} + \underbrace{q \vec{E}_{\perp} + q \vec{v} \wedge \vec{B}}_{\substack{\text{force } \perp \vec{a} \parallel \vec{v}}}$

ainsi $q \vec{E}_{\parallel}$ accélère ou freîne la charge q .
 car soit $\nearrow$ ou $\searrow$ la norme de $\vec{v}$

ainsi $q \vec{E}_{\perp} + q \vec{v} \wedge \vec{B}$ dévie la trajectoire le change la direction de $\vec{v}$ par contre, laisse inchangé la norme de $\vec{v}$.

Bilan: Un champ électrique peut
 * accélérer ou freiner
 * et dévier
 une particule chargée.

Un champ magnétique peut seulement
 * dévier
 une particule chargée.

Conformément avec le T.P.C. qui s'est écrit

$$\frac{dE_c}{dt} = \underbrace{q \vec{E} \cdot \vec{v}}_{= q \vec{E}_{\parallel} \cdot \vec{v}} + \underbrace{(q \vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v}}_{\substack{\text{Par définition du produit vectoriel,} \\ = 0}}$$

peut être > 0 , < 0 ou nulle.

Une force magnétique ne travaille pas et laisse donc E_c soit v inchangée.

③. Ordres de grandeur des forces électrique et magnétique.

a) ordre de grandeur des termes apparaissant dans $\vec{F}_c = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$.

→ la charge électrique

$q \approx e$ charge élémentaire $1,6 \times 10^{-19}$ C.

→ le champ électrique $\vec{E}$.

$E \approx 10^6$ V.m⁻¹ champ disruptif de l'air. (apparition d'étincelles de l'air)

$E_{\text{appareil électroménager}} \approx 0,1 - 1$ V.m⁻¹
 $E_{\text{écran}} \approx 10$ V.m⁻¹
 $E_{\text{photocopieuse}} \approx 10^5$ V.m⁻¹
 $E_{\text{foudre}} \approx 3 \cdot 10^6$ V.m⁻¹.

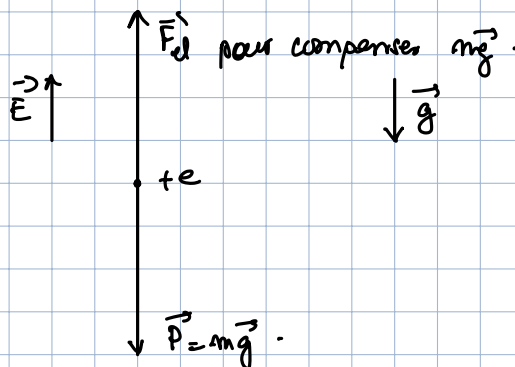
Application 2 Comparaison avec le poids - 1

Déterminer la valeur du champ ~~du champ~~ électrique qui permet de compenser le poids pour un proton. Commenter.

Système : proton de charge $+e$.

RTSG

donnés à son poids $\vec{P} = m \vec{g}$
et à la force électrique $+e \vec{E} = \vec{F}_d$



Le PD à l'équilibre implique $+eE = mg$

$$\text{soit } E = \frac{mg}{e}$$

$$\text{AN : } E = \frac{1,7 \times 10^{-27} \text{ kg} \times 10 \text{ m.s}^{-2}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 10^{-27+1+19} \text{ V.m}^{-1} = 10^{-7} \text{ V.m}^{-1}$$

Pour le proton, E compense le poids du proton $\ll E_{\text{typique}}$.

donc poids du proton $\ll F_{d, \text{typique}}$.

Bilan: Dans le cadre du chapitre, la masse des particules chargées est tellement faible qu'on peut négliger leur poids devant les forces électriques auxquelles elles sont soumises.

→ la vitesse des particules chargées.

Pour le système m, la température est une mesure de l'agitation thermique

à laquelle on associe une vitesse thermique $v_{\text{th}} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$ où $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ est la cte de Boltzmann

T la température en K
et m la masse du système.

Pour e^- , $v_{th} \approx 10^5 \text{ m.s}^{-1}$ et pour 1 proton $v_{th} \approx 2 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$.

Or le champ $\vec{E}$ est utilisé pour accélérer les particules élémentaires à des vitesses proches de la vitesse de la lumière.

Dans le cadre du chapitre, on veut continuer à utiliser la mécanique classique.

donc $v_{\text{max, étudiée}} = \frac{c}{10} = 3 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$

→ le champ magnétique.

le champ magnétique terrestre	$2-5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
aimant	$0,1 - 1 \text{ T}$
IRM	$1 - 3 \text{ T}$
champ magnétique intense	30 T

Application 3 Comparaison avec le poids – 2

Déterminer la valeur du champ magnétique qui permet de compenser le poids. Auparavant,

- justifier le choix de v_{th} ou v_{max} ;
- justifier le choix du proton ou de l'électron.

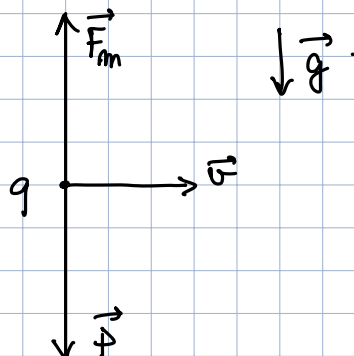
Commenter.

On étudie une charge q .

dans le RTSG-

soumis à son poids $\vec{P}$

et à la force magnétique $\vec{F}_m = q \vec{v} \wedge \vec{B}$.



$\otimes \vec{B}$ si $q > 0$.

$\odot \vec{B}$ si $q < 0$.

Le PED à l'équilibre implique $F_m = mg$.

$$\text{soit } |q| v B = mg.$$

$$\text{soit } B = \frac{mg}{|q|v}.$$

On veut montrer que $\forall$ la situation, $B_{\text{compensent le poids}} \ll B_{\text{typique}}$.

donc on choisit la situation qui nous intéresse

où $B_{\text{compensent le poids}}$ est le + grand.

$$\text{Ainsi on choisit } v = v_{th} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

$$\text{ainsi } B = \frac{g}{|q|} \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2k_B T}}$$

Comme $B_{\text{compensent le poids}} \nearrow$ avec m , on choisit le proton comme système.

$$\text{AN: } B = \frac{10 \text{ m.s}^{-2}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} \frac{(1,7 \times 10^{-27})^{3/2} \text{ kg}^{3/2}}{\sqrt{2 \times 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1} \times 300 \text{ K}}}$$

$$\approx \left(\frac{1,7}{2 \times 1,4 \times 3} \right)^{1/2} 10^{4 - \frac{3}{2} \times 27 + 19 + \frac{23}{2} - \frac{2}{2}} \text{ T}$$

$$\approx \left(\frac{1,7 \times 100}{2 \times 1,4 \times 3} \right)^{1/2} 10^{-11} \text{ T}.$$

$$\underline{B. \approx 4. 10^{-11} \text{ T.}}$$

Finalement, $\forall$ la situation étudiée de ce chapitre,

$$B_{\text{compensent le poids}} \ll B_{\text{typique}}.$$

donc poids $\ll$ force magnétique.

Bilan : Dans le cadre du chapitre sur le mot de particule chargée élémentaire, on peut négliger le poids de cette particule devant la force magnétique à laquelle elle est soumise.

Cspce : Dans le chapitre, le poids est négligé.

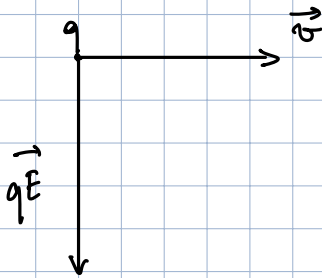
b. Comparaison des forces électrique et magnétique.

Supposons qu'on souhaite dévier la trajectoire d'une particule chargée.

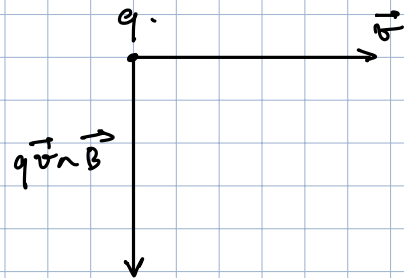
2 stratégies possibles.

- * $\vec{E}$
- * ou $\vec{B}$.

Système
RTSG
soumis à
son poids négligeable
et la force électrique $q\vec{E}$



Système
RTSG
soumis à
son poids négligeable
et la force magnétique $q\vec{v} \wedge \vec{B}$.



La particule est déviée vers le bas.

Pour une déviation identique,

$$\vec{F}_e = \vec{F}_m$$

soit

$$qE = qvB.$$

soit

$$E = vB.$$

AN: $v = \frac{c}{10} = 3 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$ et $B = 0,1 \text{ T}$ d'où $E = 3 \times 10^6 \text{ V.m}^{-1}$.

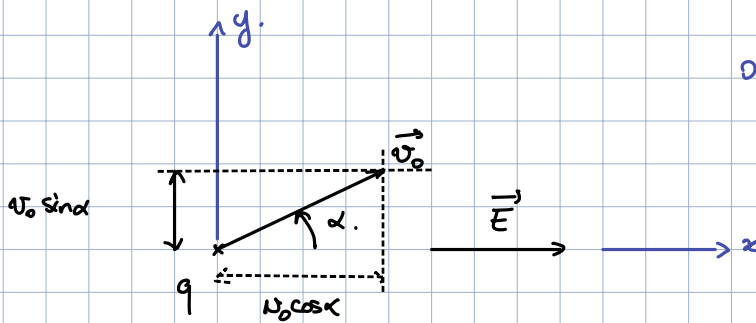
Ainsi la force magnétique d'un champ magnétique peu intense est équivalente à la force électrique d'un champ électrique très intense pour des particules à des vitesses élevées.

Ainsi pour dévier des particules de vitesses élevées, il est + facile d'utiliser un champ magnétique qu'un champ électrique.

II. Mouvement d'une charge q dans un champ électrique $\vec{E}$ uniforme et stationnaire

① Cas général.
obtention des équations horaires.

Le repère ?



On pose (Ox) tel que $\vec{E} = E \vec{u}_x$
 0 tel que $O \equiv M(t=0)$
 où $\vec{v}(t=0) = \vec{v}_0$.
 (Oy) tel que $\vec{v}_0 \in (Oxy)$.
 et tel que $v_{0y} > 0$.
 (Oz) tel que $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$
 forme un trièdre direct,

On étudie le système { charge q de masse m } dans le RTSG soumis à son poids négligeable et à la force électrique $q\vec{E}$.

Le PFD, $m\vec{a} = q\vec{E}$, donne en projection sur $\vec{u}_x$ $m\ddot{x} = qE$
 sur $\vec{u}_y$ $m\ddot{y} = 0$
 sur $\vec{u}_z$ $m\ddot{z} = 0$.

On intègre par rapport au temps ce qui donne

$$\dot{x} = \frac{qE}{m} t + v_0 \cos \alpha$$

$$\dot{y} = v_0 \sin \alpha$$

$$\dot{z} = 0.$$

On intègre par rapport au temps ce qui donne

$$x = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 + v_0 \cos \alpha t$$

$$y = v_0 \sin \alpha t$$

$$z = 0.$$

On peut intégrer également directement le PFD p/r au tps car $\vec{E}$ est un vecteur constant dans le tps.

ainsi $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$ d'après le PFD donne en intégrant p/r au tps.

$$\int_0^t \underbrace{\vec{a}}_{\frac{d\vec{v}}{dt}} dt = \int_0^t \frac{q}{m} \vec{E} dt$$

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(0)$$

$$\vec{v}(t) = \frac{q}{m} \vec{E} t + \vec{v}(0)$$

on intègre p/r à t ,

$$\int_0^t \vec{v}(t) dt = \int_0^t \underbrace{\frac{q}{m} \vec{E} t}_{\frac{1}{2} \frac{q}{m} \vec{E} t^2} dt + \int_0^t \underbrace{\vec{v}(0)}_{\vec{v}_0} dt$$

$$\underbrace{\vec{OM}(t)}_{\vec{OM}(t) - \vec{OM}(0)} = \underbrace{\vec{OM}(0)}_{\vec{O} \vec{M}_0} + \frac{1}{2} \frac{q}{m} \vec{E} t^2 + \vec{v}_0 t$$

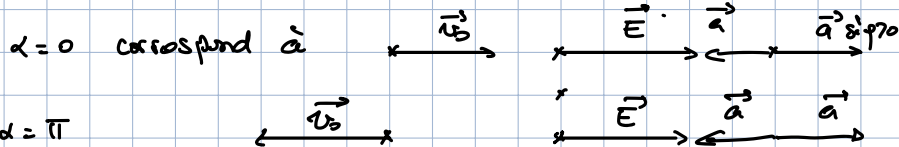
$$\boxed{\vec{OM}(t) = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \vec{E} t^2 + \vec{v}_0 t}$$

Trajectoire: Comme $z=0 \forall t$, le mot a lieu dans le plan (oxy) donc le mot est plan.

Tracés la trajectoire qui correspond à $x(t) = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E t^2 + v_0 \cos \alpha t$ (*)

$$\text{et } y(t) = v_0 \sin \alpha t. \quad (**)$$

* Si $\alpha=0$ ou π , $y(t)=0 \forall t$



$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

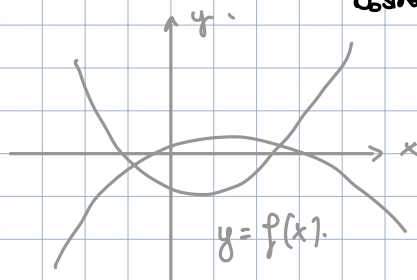
$$\alpha = \pi$$

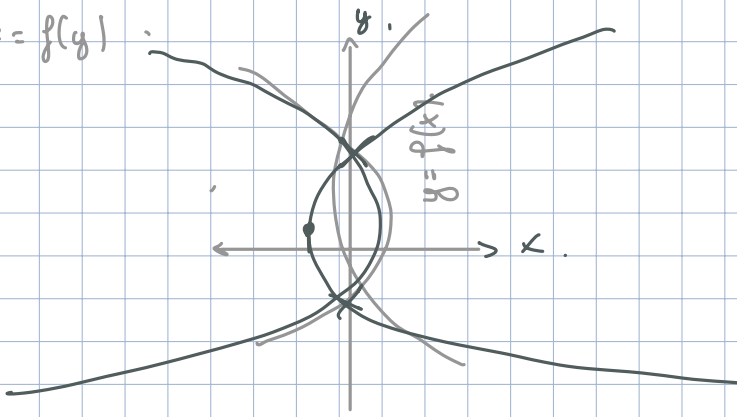
Le mouvement est alors rectiligne uniformément accéléré ($\vec{v}_0$ et $\vec{a}$ dans le $\vec{u}$ sens) décéléré ($\vec{v}_0$ et $\vec{a}$ en sens opposé).

* Si $\alpha \neq 0 [\pi]$, pour obtenir l'équation de la trajectoire, on exprime t grâce à $\frac{(**)}{v_0 \sin \alpha}$

puis on remplace t dans (*) et on obtient

$$x = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \left(\frac{y}{v_0 \sin \alpha} \right)^2 + v_0 \cos \alpha \frac{y}{v_0 \sin \alpha}$$



$x \in \mathbb{Z}$ 

$$x = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \frac{E}{\omega_0^2 \sin^2 \alpha} \quad dy \left[dy - \left(-2 \frac{m v_0^2}{q E} \cos \alpha \sin \alpha \right) \right]$$

On lit la 2^e racine.

si $q > 0$, cette 2^e racine est négative.

Si $q < 0$, cette 2^e racine est positive.

Le sommet de la parabole est atteint au milieu des 2 racines soit

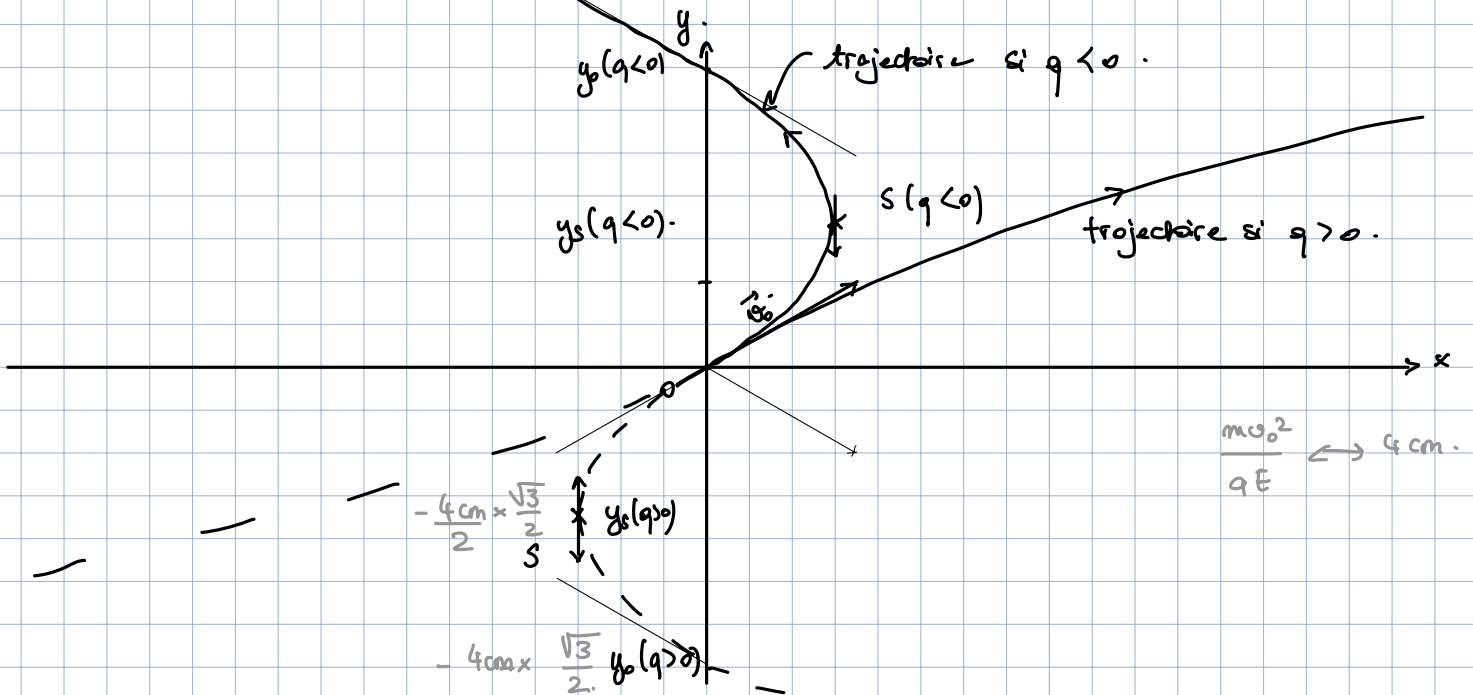
$$\text{on } y_s = \frac{1}{2} \left(0 - 2 \frac{m v_0^2}{qE} \cos \alpha \sin \alpha \right) = - \frac{m v_0^2}{qE} \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\text{also } x_s = x(y_0) = \frac{1}{2} \frac{qE}{m v_0^2} \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(-\frac{m v_0^2}{qE} \right) \cos \alpha \sin \alpha = \frac{m v_0^2}{qE} \cos \alpha \sin \alpha.$$

$$x_s = -\frac{1}{2} \frac{m \phi_0^2}{qE} \cos^2 \alpha.$$

$$\frac{1}{2} \text{ cm} \times \frac{3}{4}$$

Donc vérifions l'homogénéité $\left[\frac{m v_0^2}{q E} \right] = \frac{[énergie]}{[force]} = \frac{[force][longueur]}{[force]} = L.$



Aspect énergétique. $\int_{t_0}^t P(t) \cdot \vec{v} \, d\vec{t}$ donne.

$$\int_{t_0}^t \underbrace{m\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}}_{\text{on reconnaît } \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right)} d\vec{t} = \int_{t_0}^t \underbrace{q\vec{E} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}}_{E d\vec{r}} d\vec{t}$$

$$\frac{1}{2} m v^2(t) - \frac{1}{2} m v^2(t_0) = qE(x - x_0)$$

$$= \mathcal{E}_c(t) - \mathcal{E}_c(t_0)$$

Finalement, on obtient $\mathcal{E}_c(t) + q(-Ex) = \mathcal{E}_c(t_0) + q(-Ex_0)$.

On reconnaît un terme constant qui fait intervenir l' $\mathcal{E}_c$, cela fait penser à l' $\mathcal{E}_m$.

ainsi $q(-Ex)$ est associé à l'énergie potentielle.

Bilan: ici l'énergie potentielle électrostatique est $\mathcal{E}_{\text{pot}} = q(-Ex)$.

ne dépend que du système

ne dépend que du champ électrique

C'est ce qu'on nomme le potentiel électrique.

Définition: le potentiel électrique d'une charge q en un point M , noté V_M , est

$$V_M = \frac{\mathcal{E}_{\text{pot}}}{q} = \frac{\text{énergie potentielle électrostatique}}{\text{charge électrique.}}$$

Le potentiel électrique s'exprime en volt, V.

C'est dimensionnellement avec $\mathcal{P}$: en ce cas $[1V] = \frac{[\text{énergie}]}{[\text{charge}]} = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{I \cdot T} = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$

Avec $\mathcal{P}: [W]$

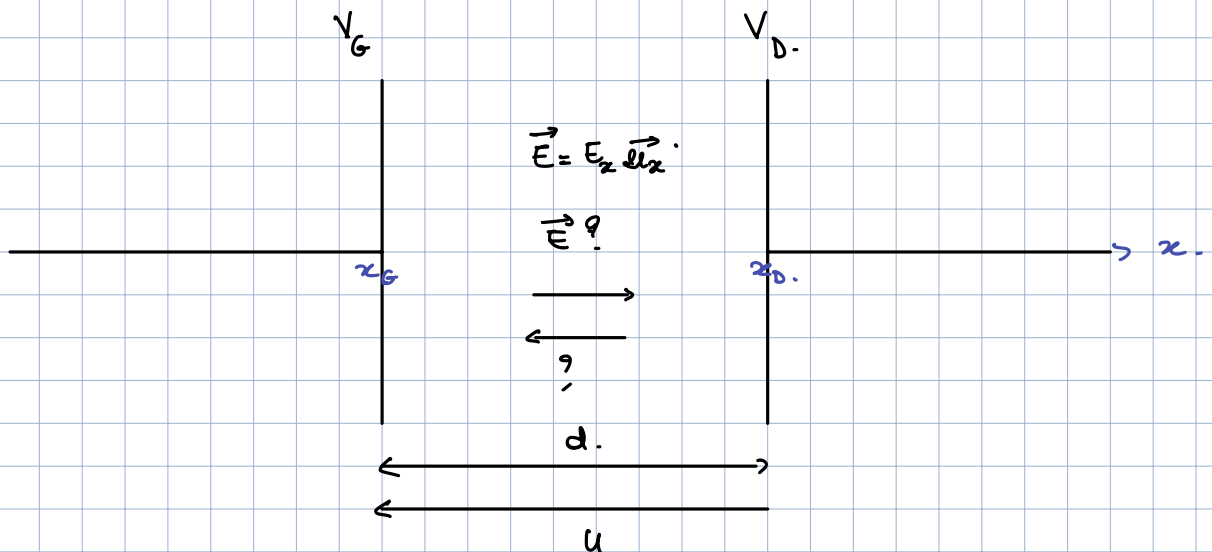
$[1V] = \frac{[\text{puissance}]}{[\text{intensité}]} = \frac{[\text{énergie}]}{[\text{charge}]} \checkmark$

Application 4 Relation champ électrique et tension

Montrer que le champ électrique produit par une différence de potentiels (ou tension) U entre 2 plaques métalliques planes parallèles entre elles et distantes de d est

$$E = \frac{U}{d}$$

On admettra que le champ électrique créé entre les 2 électrodes est uniforme et perpendiculaire aux plaques.



En appliquant la définition de V_H , $V_H = -E_x x$.

En x_G , $V_G = -E_x x_G$

En x_D , $V_D = -E_x x_D$.

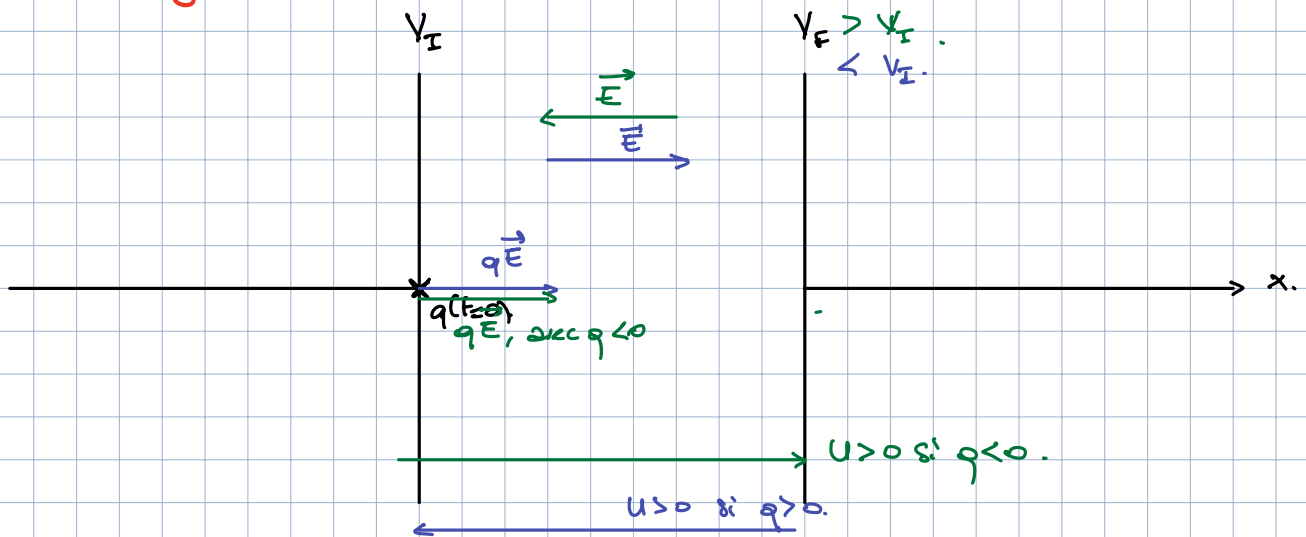
Ainsi $U = V_G - V_D = -E_x x_G + E_x x_D = E_x d$. soit $E_x = \frac{U}{d}$

Si $U > 0$, $E_x > 0$ et $\vec{E}$ pointe vers la droite vers le potentiel le + bas.

$U < 0$, $E_x < 0$ et _____ gauche _____

Bilan: $\vec{E}$ est dirigé dans le sens des potentiels électriques décroissants.

②. Accélération linéaire ; une ddp (différence de potentiels) accélère une particule chargée.



On étudie le système d'une charge q de masse m dans la RTSG sous l'effet de la force électrique $\vec{qE} = +qE\vec{u}_x$ et à son poids négligeable.

Le théorème de l'énergie mécanique s'écrit

$$\frac{1}{2} m v_F^2 + q V_F = \frac{1}{2} m v_I^2 + q V_I.$$

On s'intéresse au cas où $v_I = 0$. alors :

$$\frac{1}{2} m v_F^2 = q (V_I - V_F).$$

Cette relation n'est possible que si $q (V_I - V_F) > 0$ car $\frac{1}{2} m v_F^2 > 0$.

si $q > 0$, possible si $V_I - V_F > 0$. : ce qui correspond au cas bleu

si $q < 0$, possible si $V_I - V_F < 0$: au cas vert.

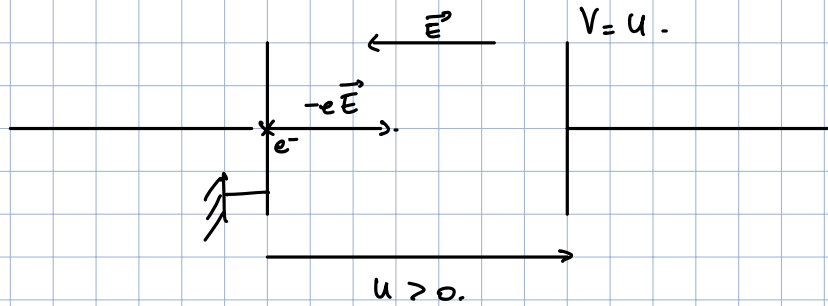
Bien : Une charge $\oplus$ est accélérée par une ddp < 0 , ie $V_F - V_I < 0$.

Une charge $\ominus$ est accélérée par une ddp > 0 , ie $V_F - V_I > 0$.

Application 5 Canons à électrons

Des électrons de vitesse initiale nulle sont arrachés d'une plaque métallique par une tension U .

1. Schématiser la situation.
2. Exprimer, puis calculer la vitesse acquise par les électrons sous une d.d.p. de 1 kV. Commenter la valeur ainsi obtenue.



On étudie l' e^- de la RTSG soumis à un $\vec{p}$ négligeable et à la force électrique $-e\vec{E}$.

Le TEM s'écrit $\frac{1}{2} m_0 v^2 - eU = \frac{1}{2} m_0 v_0^2 - e \times 0$. soit $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

AN: $v = \sqrt{2 \frac{1,6 \times 10^{-19}}{9,1 \times 10^{-31}} \times 1,0 \times 10^3} = 1,9 \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$

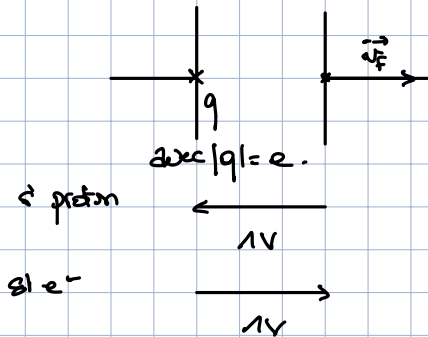
v de l'ordre de $c/10$, e^- est bien accéléré.

Unité l'électron Volt eV

A cette conversion d'énergie, on associe une unité l'eV.

L'électron-Volt est l'énergie cinétique acquise par une charge élémentaire initialement au repos sous une tension de 1 V.

$|q| = e$



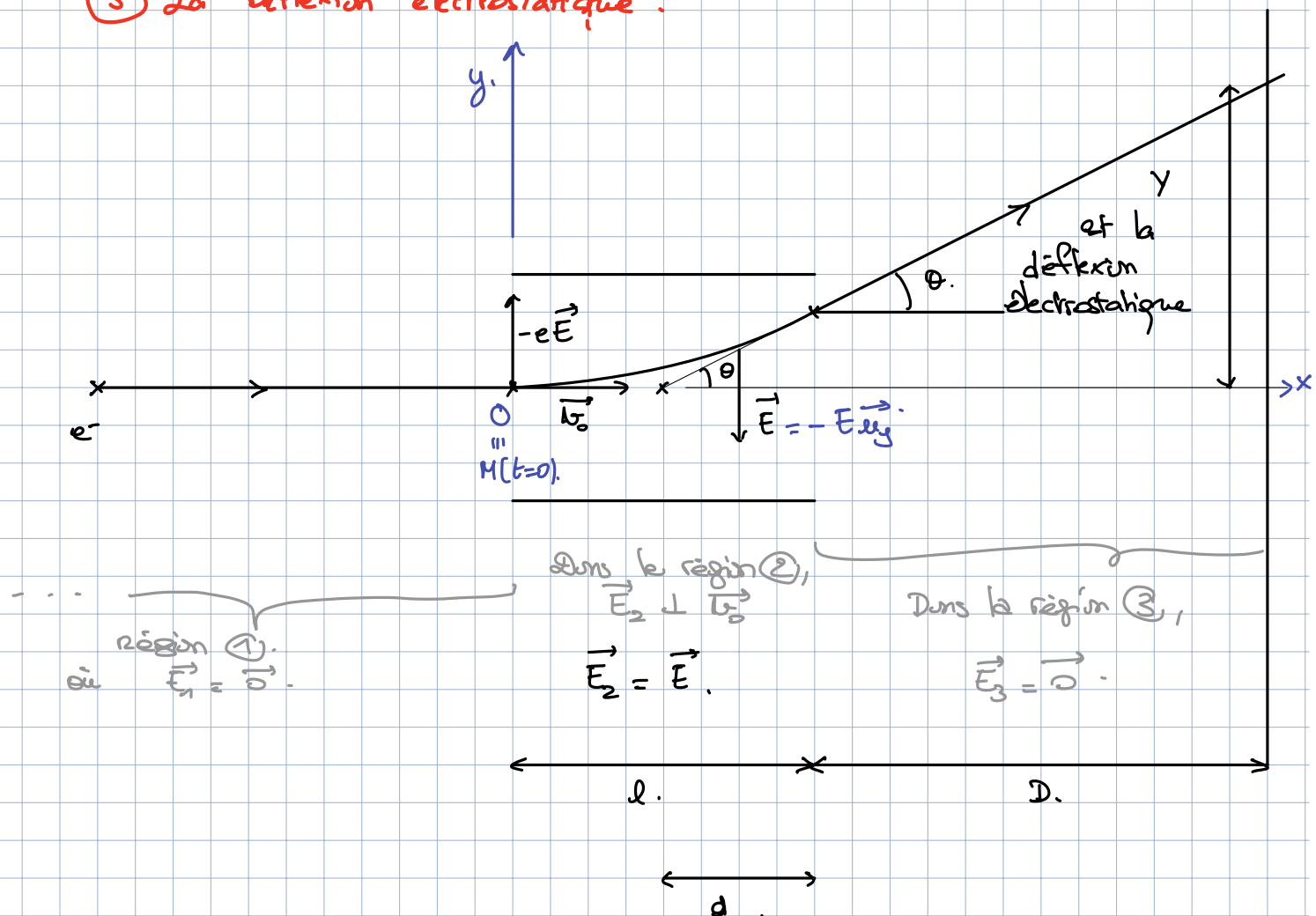
On étudie la charge élémentaire de la RTSG soumise à $\vec{p}$ négligeable et à la force électrique.

$1 \text{ eV} = \frac{1}{2} m_0 v_f^2 = eU$. avec $U = 1 \text{ V}$.

↑
d'après le TEM.

donc $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 1 \text{ V} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

③ La déflexion électrostatique.



On étudie le système d charge q de masse m . dans le RTSG soumis à

en poids négligeable

ie que la variat° de vitesse de la charge est négligeable devant la vitesse initiale de l'e-

son poids négligeable

et la force électrique
 $qE = -eE$

en poids négligeable

ie que la variat° de vitesse de la charge est négligeable devant la vitesse initiale de l'e-

Q: Y ? D'après le schéma, $Y = (D + d) \tan \theta$.

→ d? Le PFD $m\vec{a} = + eE\vec{u}_y$ donne $\ddot{x} = 0$ soit $\dot{x} = v_0$ soit $x = v_0 t$
 $\ddot{y} = \frac{eE}{m}$ soit $\dot{y} = \frac{eE}{m} t$ soit $y = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2$
 $\ddot{z} = 0$ soit $\dot{z} = 0$ soit $z = 0$.

Ainsi y est de la forme $y = ax^2$.

ie $y_t = \frac{dy}{dx} (x=l) (x-l) + y(x=l)$.

et l'équation de la tangente en $x = l$.

il us d'vérifier

$$0 = \frac{dy}{dx}(x=l) (\cancel{l} - d - \cancel{l}) + y(x=l).$$

soit

$$d = \frac{y(x=l)}{\frac{dy}{dx}(x=l)} = \frac{al^2}{2al} = \frac{l}{2}.$$

Finalement

$$d = l/2$$

→ tan θ ?

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx}(x=l) = \frac{\overbrace{v_y(x=l)}^{at=l/v_0}}{\underbrace{v_x(x=l)}_{at=l/v_0}} = \frac{\frac{e}{m} E \frac{l}{v_0}}{v_0}.$$

Finalement

$$\tan \theta = \frac{eEl}{mv_0^2}.$$

Finalement

$$Y = \left(\frac{l}{2} + D \right) \frac{eEl}{mv_0^2} = \left(\frac{l}{2} + D \right) \frac{el/d}{mv_0^2} U.$$

$Y \propto U.$

principe des tubes cathodiques.

utilisé dans les tubes télé et les vieux oscilloscopes.

III. Mouvement d'une charge q dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et statique

① Une force magnétique ne travaille pas.

On étudie le système {charge q} dans le RTSG soumis à son poids négligeable et à la force magnétique $q\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{F}_m$

$$\mathcal{P}(\vec{F}_m) = \underbrace{(q\vec{v} \wedge \vec{B})}_{\perp \vec{v}} \cdot \vec{v} = 0; \quad \delta W(\vec{F}_m) = \mathcal{P}(\vec{F}_m) dt = 0;$$

$$\text{et } W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_m) = \int_A^B \delta W(\vec{F}_m) = 0.$$

donc le théorème de l'énergie cinétique donne $\Delta E_c = 0$ soit

$v = v_0 = \text{cte indépendante des tps.}$

② $\vec{v}_0 \parallel \vec{B}$.

On introduit dans la direction et le sens de $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_z$; ainsi $\vec{B} = \pm B \vec{u}_z$.

Le PFD, $m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$, donne en projection sur $\vec{u}_z$, $m\vec{z} = [q\vec{v} \wedge (\pm B \vec{u}_z)] \cdot \vec{u}_z = 0.$

donc $\vec{z} = v_0$.

or d'après le théorème de l'énergie cinétique $E_c(t) = E_c(0)$, ie $\frac{1}{2} m [\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + v_0^2] = \frac{1}{2} m v_0^2$, ie

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = 0.$$

La seule possibilité est d'avoir $\dot{x}=0$ et $\dot{y}=0$

Finalement, $\forall t$, $\vec{v} = v_0 \vec{u}_z$: mouvement rectiligne uniforme.

$$\textcircled{3} \vec{v}_0 \perp \vec{B}.$$

Rappel : $0 = M(t=0).$

(oz) dans la direction et le sens de $\vec{B}$, le $\vec{B} = B \vec{u}_z$.

(ox) $\vec{u}_0$, le $\vec{u}_0 = v_0 \vec{u}_x$

(oy) tel que $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ forme un trièdre direct.

Montrons que le mot est plan.

Le PFD, $m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$, s'écrit sur $\vec{u}_z$ $m\ddot{z} = 0$ car $\vec{F}_m \perp \vec{u}_z$ car $\vec{B} \parallel \vec{u}_z$.
 soit $\ddot{z} = \ddot{z}(t=0) = 0$.
 soit $\boxed{z = z(0) = 0}.$

$\forall t, z=0$, ie que le mot s'effectue dans le plan (oxy), ie mot plan.

Etude du mot dans le plan (oxy)

Utilisons la base de Frénet en 2d. dans $\vec{v} = v \vec{u}_t$ et $\vec{a} = \dot{v} \vec{u}_t + \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$ où R est le rayon de courbure instantané.

$$\text{Le PFD s'écrit } m\dot{v}\vec{u}_t + m\frac{v^2}{R}\vec{u}_n = qv\vec{u}_t \wedge B\vec{u}_t = \mp qvB\vec{u}_n.$$

Rappel $\vec{u}_t$ et $\vec{u}_n$ sont $\perp$.

$\vec{u}_n$ pointe vers l'intérieur de la trajectoire.

$\vec{u}_z \perp \vec{u}_t$ et $\vec{u}_n$.

Par contre, on ne sait pas quel est le trièdre direct $(\vec{u}_t, \vec{u}_n, \vec{u}_z)$ ou $(\vec{u}_t, \vec{u}_n, -\vec{u}_z)$.

On note $(\vec{u}_t, \vec{u}_n, \pm \vec{u}_z)$ le trièdre direct.

$$(\vec{u}_t, \vec{u}_n, \pm \vec{u}_z) \text{ } (\vec{u}_t, \vec{u}_n, \vec{u}_z).$$

$$\vec{u}_t \wedge (-\vec{u}_z) = -\vec{u}_n$$

$$\vec{u}_t \wedge \vec{u}_z = +\vec{u}_n \text{ donc } \vec{u}_t \wedge \vec{u}_z = +\vec{u}_n.$$

Sur $\vec{u}_t$ $m\dot{v} = 0$ soit $\dot{v} = 0$; $v = \text{cte} = v_0$: le mouvement est uniforme.

$$\text{Sur } \vec{u}_n \quad m\frac{v_0^2}{R} = \mp qv_0 B \text{ avec: } R = \mp \frac{mv_0}{qB} \text{ est une constante du tps.}$$

→ Signe: R est un rayon de courbure donc $R > 0$.

Si $q > 0$, $R = + \frac{m v_0}{q B}$ de $(\vec{u}_t, \vec{u}_n, -\vec{u}_z)$ forme 1 trièdre direct

Si $q < 0$, $R = - \frac{m v_0}{q B}$ de $(\vec{u}_t, \vec{u}_n, +\vec{u}_z)$ _____

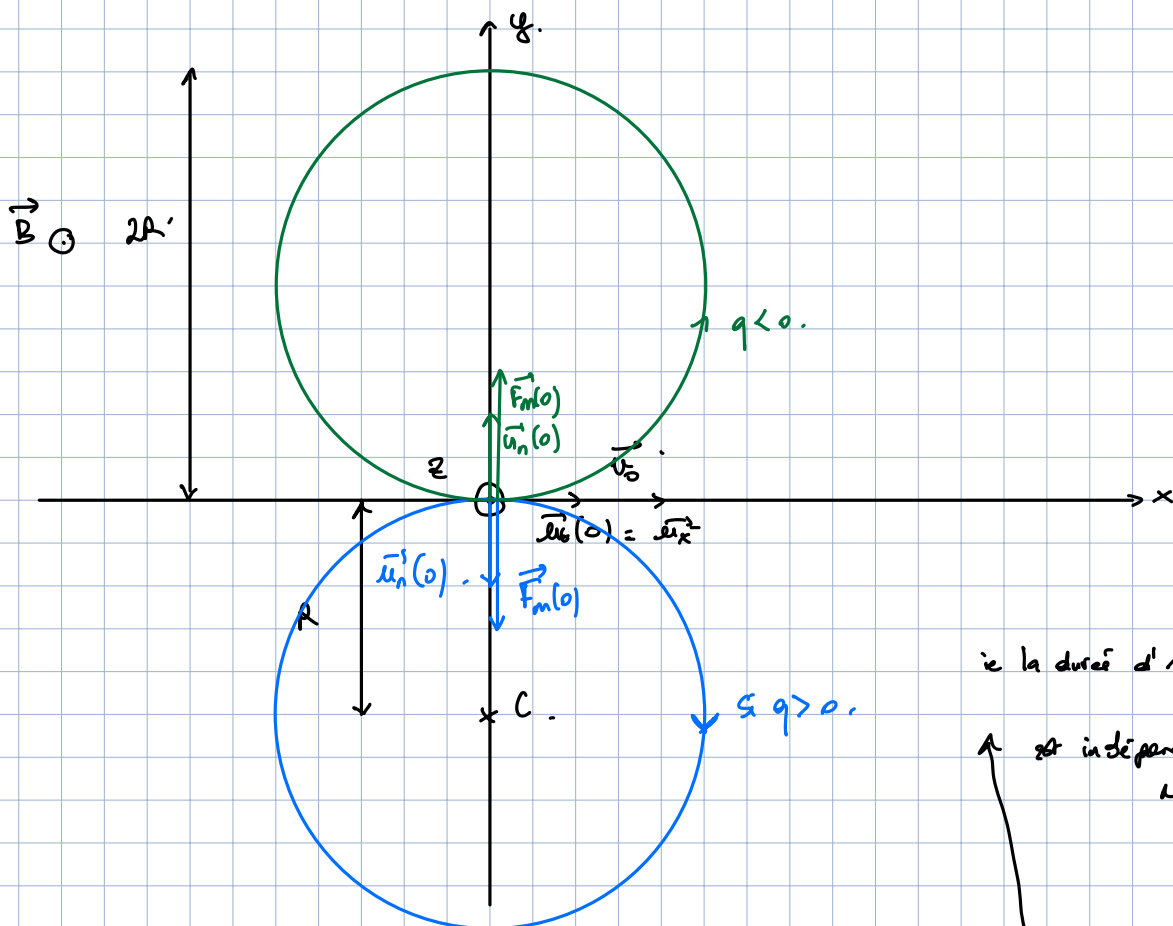
Finalement

$$R = \frac{m v_0}{|q| B}$$

→ R est 1 constante du temps: ainsi la trajectoire est circulaire.



Finalement, le mouvement est circulaire uniforme.



ie la durée d'1 tour $\frac{2\pi}{\omega}$

est indépendante de v_0 !

→ vitesse angulaire $\omega = v_0/R$ et $R = m v_0 / (|q| B)$ donc $\omega = |q| B / m$ nommée la fréquence cyclotron.

La vitesse angulaire est indépendante de v_0 !

IV. Applications.

① 1 des expériences de Thomson: déterminim de e/m de l' e^- .

3ème exp de

THE
LONDON, EDINBURGH, AND DUBLIN
PHILOSOPHICAL MAGAZINE
AND
JOURNAL OF SCIENCE.

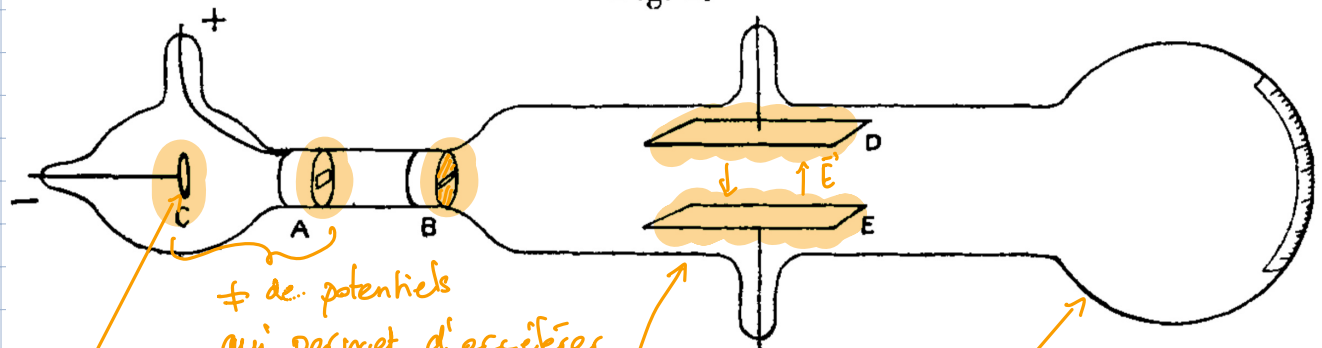
[FIFTH SERIES.]

OCTOBER 1897.

XL. Cathode Rays. By J. J. THOMSON, M.A., F.R.S.,
Cavendish Professor of Experimental Physics, Cambridge*.

Schema de l'expérience.

Fig. 2.



lieu
d'émission
des e^- isolés.
≠ de potentiels
qui permet d'accélérer
les e^- .

tube de Crookes.
ds l'idéal, vide à l'intérieur.
en pratique, gaz à faible pressim.

D et E

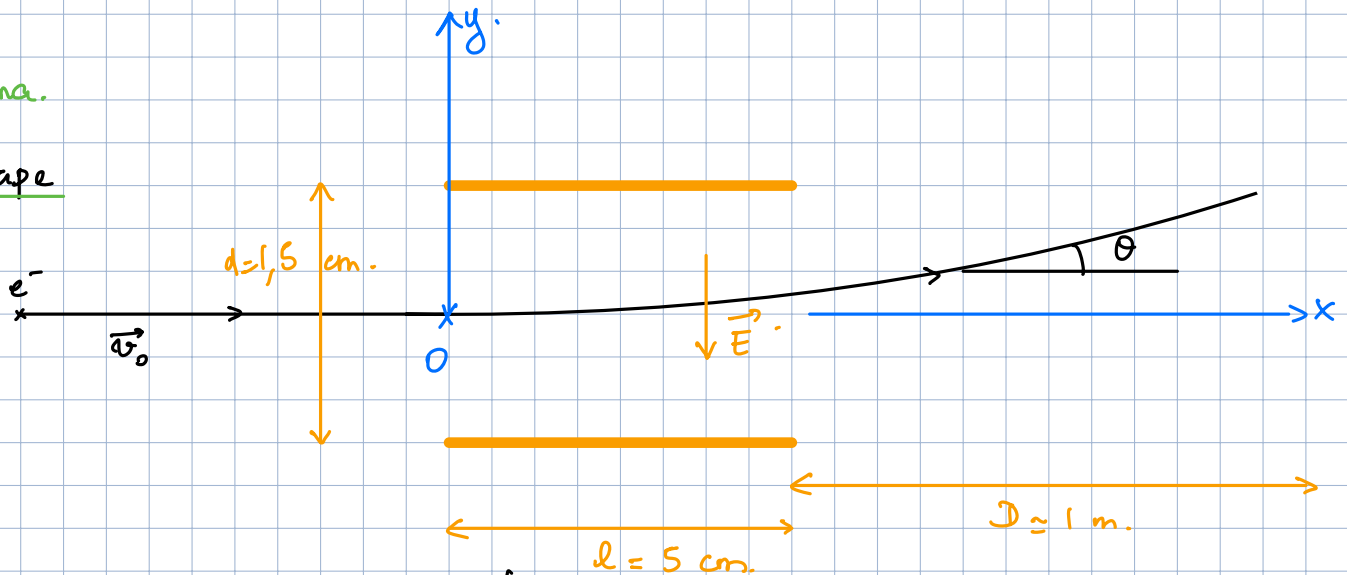
2 armatures métalliques.

avec 1 ddp de manière à générer

un champ électrique uniforme entre les 2.

Schéma.

1^{ère} étape



Dans le § deflexion électrostatique,

on étudie le système e⁻

dans le ATSG

soit à son poids négligeable

et dans la région intermédiaire à $-eE\vec{y}$.

on a montré $v_x = v_0$

$$\text{et } v_y = \frac{eE}{m} t$$

soit à la fin de la région intermédiaire $v_x = v_0$.

$$v_y = \frac{eE}{m} \frac{l}{v_0}.$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{eEl}{mv_0^2}$$

Thomson a réalisé ses expériences avec $\theta \ll 1 \text{ rad.}$

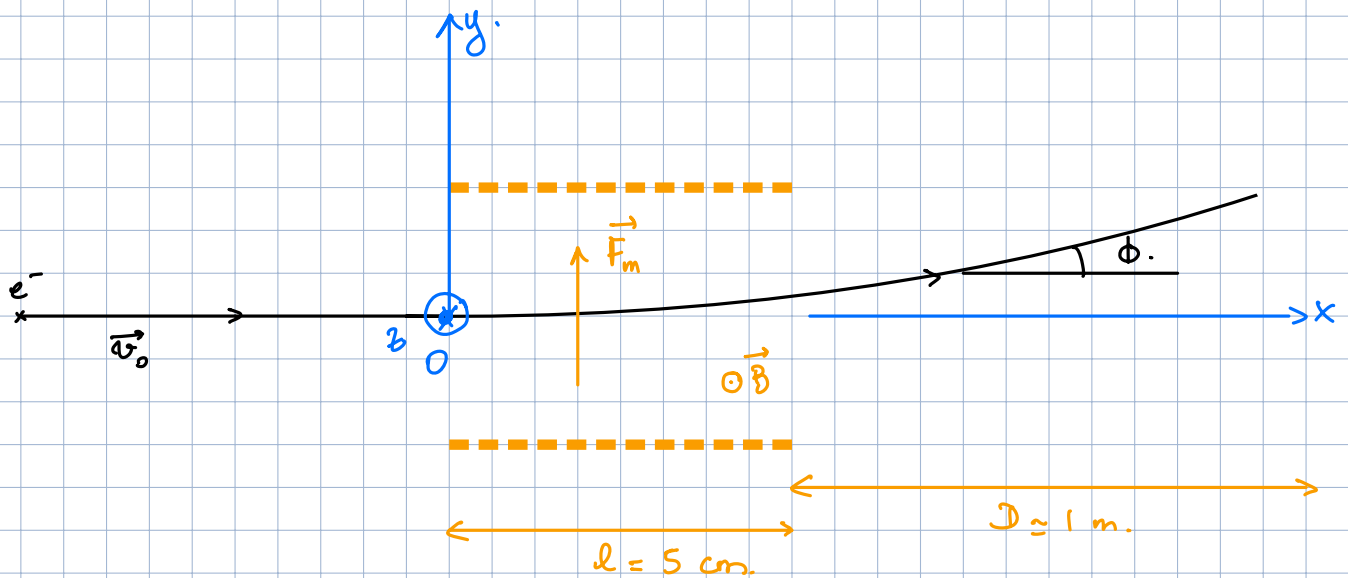
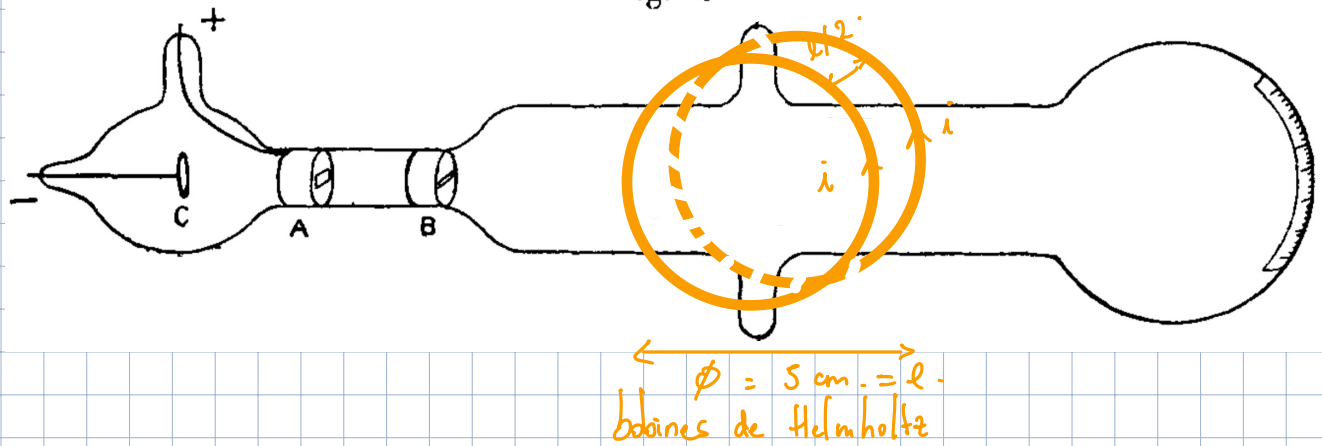
ainsi $\tan \theta \approx \theta$.

et donc il a considéré

$$\theta \approx \frac{eEl}{mv_0^2}$$

2ème étape

Fig. 2.



Dans la région intermédiaire, on étudie le système d'é-

de le RTSG

soumis à son poids négligée

et à la force magnétique

$$\vec{F}_m = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$$

En ajustant à l'intensité du courant circulant dans les bobines de Helmholtz,
il a pu jouer B
et donc ϕ .

Il a ajusté B pour avoir $\phi = 0$.

Ainsi $\phi \ll 1 \text{ rad.}$

ce qui signifie que $v_{y,f} \ll v_{x,f}$.

où $\vec{v}_f = \vec{v}$ vitesse de l' e^- à la fin de la région intermédiaire.

Le FFD donne

$$\begin{pmatrix} m \frac{dv_x}{dt} \\ m \frac{dv_y}{dt} \\ m \frac{dv_z}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e v_y \\ -e v_x \\ -e v_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e v_y B \\ +e v_x B \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{eB}{m} v_y \quad (*)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{eB}{m} v_x \quad (**)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = 0 \quad \text{soit} \quad v_z = v_z(0) = 0 \quad \text{et} \quad B = B(0) = 0.$$

Ainsi le mot est fini.

Or comme $v_{y,f} \ll v_{x,f}$, alors $\forall t \quad v_y \ll v_x$.

Ainsi d'un port à cause de B qui est petit

d'autre port à cause de v_y qui est faible,

on peut négliger en 1^{ère} approximation la $\downarrow$ de v_x due à B .

Ainsi $v_x \approx v_0$.

Alors (**) donne $\frac{dv_y}{dt} = \frac{eB}{m} v_0$ soit $v_y = \frac{eBv_0}{m} t$

ainsi $\frac{v_y}{v_0} = \frac{eBv_0}{m} \frac{t}{v_0}$.

Finalement $\left| \phi \approx \tan \phi = \frac{eBl}{mv_0} \right|$

Remarque. Pour montrer $\tan \phi = \frac{eBl}{mv_0}$ de manière rigoureuse,

B est suffisamment petit pr que la déviation soit petite.

On introduit un paramètre sans dimension $\varepsilon \propto B$. tq $\varepsilon \ll 1$.

Alors on pose $v_x = v_x^{(0)} + \varepsilon v_x^{(1)} + \varepsilon^2 v_x^{(2)} + \dots$

$v_y = v_y^{(0)} + \varepsilon v_y^{(1)} + \varepsilon^2 v_y^{(2)} + \dots$

car où $B=0$.

alors $v_x^{(0)} = v_0$

$v_y^{(0)} = 0$.

Alors le FID donne

ε est tel que $\frac{eB}{m} = \text{cte } \varepsilon$.

(*) $\frac{d}{dt} [v_0 + \varepsilon v_x^{(1)} + \varepsilon^2 v_x^{(2)} + \dots] = -\frac{eB}{m} [\varepsilon v_y^{(1)} + \varepsilon^2 v_y^{(2)} + \dots]$

(**). $\frac{d}{dt} [\varepsilon v_y^{(1)} + \varepsilon^2 v_y^{(2)} + \dots] = \frac{eB}{m} [v_0 + \varepsilon v_x^{(1)} + \varepsilon^2 v_x^{(2)} + \dots]$

$$(*) \text{ à l'ordre 1 } \frac{d}{dt} v_x^{(1)} = 0$$

$$\text{à l'ordre 2 } \frac{d(E v_x^{(2)})}{dt} = - \frac{eB}{m} \cdot v_y^{(1)} \dots$$

$$(**) \text{ à l'ordre 1 } \frac{d}{dt} [E v_y^{(1)}] = \frac{eB}{m} v_0.$$

$$\text{soit } E v_y^{(1)} = \frac{eB}{m} v_0 t$$

De même pour Z la durée de passage dans la durée intermédiaire.
on peut faire 1 DL en E .

$$Z = Z(E=0) + E Z^{(1)} + E^2 Z^{(2)},$$

$$\text{or à l'ordre 0, } Z = \frac{v_0}{l}.$$

$$\text{ainsi } v_{yf} = \frac{eBv_0}{m} \frac{l}{v_0} + E^2 v_y^{(2)} + \dots$$

Déterminons E . Par exemple $v_{yf} \ll v_{xf}$.

$$\frac{eBl}{m} \ll v_0.$$

$$\text{dnc on peut poser } E = \frac{eBl}{mv_0}.$$

On vérifie a posteriori qu' $E \ll 1$

$$\text{AN : } E = \frac{1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ T} \times 0,05 \text{ m}}{9,1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 2,7 \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}} = 2 \cdot 10^{-1}$$

à discuter!

Finalement, dans la 1^{ère} étape, déviation par $\vec{E}$

$$\theta = \frac{eEl}{mv_0^2} \quad (*)$$

dans la 2^{ème} étape, déviation par $\vec{B}$.

$$\phi = \theta = \frac{eBl}{mv_0} \quad (**)$$

$\frac{(**)}{(*)}$ donne

$$1 = \frac{eBl}{mv_0} \cdot \frac{mv_0^2}{eEl} = \frac{Bv_0}{E} \quad \text{soit} \quad v_0 = \frac{E}{B}$$

$\frac{(**)^2}{(*)}$ donne

$$\theta = \frac{e^2 B^2 l^2}{m v_0^2} \cdot \frac{m v_0^2}{e E l} \quad \text{soit} \quad \frac{m}{e} = \frac{B^2 l}{E \theta}$$

$\times \frac{m}{e}, \times \frac{1}{\theta}$

Gas.	θ en rad	$\frac{B}{H}$ en Gauss 10^4 T	$\frac{E}{F}$ 10^{-6} V.m^{-1}	l cm	m/e 10^{-4} kg/C	v cm/s
Air	8/110	5.5	1.5×10^{10}	5	1.3×10^{-7}	2.8×10^9
Air	9.5/110	5.4	1.5×10^{10}	5	1.1×10^{-7}	2.8×10^9
Air	13/110	6.6	1.5×10^{10}	5	1.2×10^{-7}	2.3×10^9
Hydrogen	9/110	6.3	1.5×10^{10}	5	1.5×10^{-7}	2.5×10^9
Carbonic acid...	11/110	6.9	1.5×10^{10}	5	1.5×10^{-7}	2.2×10^9
Air	6/110	5	1.8×10^{10}	5	1.3×10^{-7}	3.6×10^9
Air	7/110	3.6	1×10^{10}	5	1.1×10^{-7}	2.8×10^9

$$[E] = \frac{M.L.T^{-2}}{[q]} = \frac{M.L.T^{-2}}{I.T^{-1}} = M.L.T^{-1}.I^{-1}$$

E s'exprime en $\text{g.cm.s}^{-1}.\text{Bi}^{-1}$

$$\text{or } 1 \text{ g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Bi}^{-1} = \frac{10^{-3} \text{ kg} \cdot 10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ s} \cdot 10 \text{ A}} = 10^{-6} \underbrace{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{A}^{-1}}_{\text{V} \cdot \text{m}^{-1}}$$

$$\left[\frac{m}{e} \right] = \text{M.T.} \cdot \text{A}^{-1} \text{ s'exprime en g.s. Bi}^{-1}$$

$$\text{or } 1 \text{ g.s. Bi}^{-1} = \frac{10^{-3} \text{ kg} \cdot 1 \text{ s}}{10 \text{ A}} = 10^{-4} \text{ kg/C}$$

AN 2^{ème} expérience de Thomson donne

$$\begin{aligned} \left(\frac{m}{e} \right)_{\text{exp}} &= \frac{(5,5 \times 10^{-4})^2 \times (5 \times 10^{-2})}{(1,5 \times 10^{10} \times 10^{-6}) \times \frac{9}{110}} = 1,4 \times 10^{-11} \text{ kg/C} \\ &= 1,4 \times 10^{-7} \times \underbrace{(10^{-4} \text{ kg/C})}_{1 \text{ g.s. Bi}^{-1}} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{m}{e} \right)_{\text{th}} = \frac{9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 5,7 \times 10^{-12} \text{ kg/C}$$

ainsi $\frac{(m/e)_{\text{exp}}}{(m/e)_{\text{th}}} = 2,4$

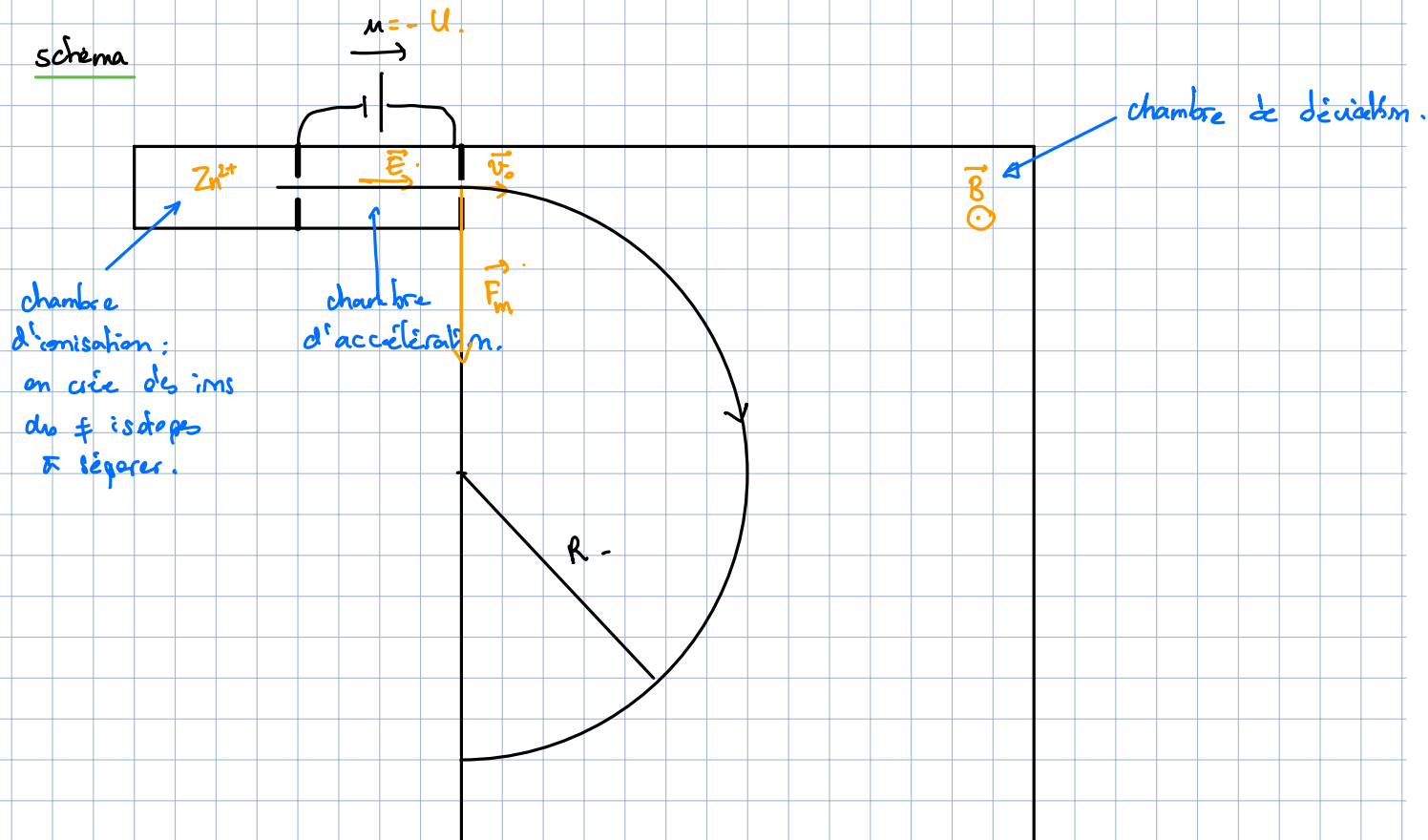
$(m/e)_{\text{exp}}$ du bon ordre de grandeur !

②. Spectromètre de masse.

objectif : sert à séparer les isotopes d'un même élément chimique.

possèdent les n e^- de valence

donc présentant la n réactivité x .



$$R = \frac{mv_0}{|q|B}$$

avec dans le cas du schéma v_0 qui dépend de u .

Le TEM sur la particule Zn^{2+} dans le RTSG

soumis dans la chambre d'accélération à $2e\vec{E}$ et à son poids négligeable

donne $\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = [0 + 2eu] = 0$

soit $v_0 = \sqrt{\frac{4eu}{m}}$

$\downarrow + 2eu \times \frac{2}{m}$

soit
$$R = \frac{m}{2e} \sqrt{\frac{4eU}{m}} \frac{1}{B} = \sqrt{\frac{mU}{eB^2}}$$

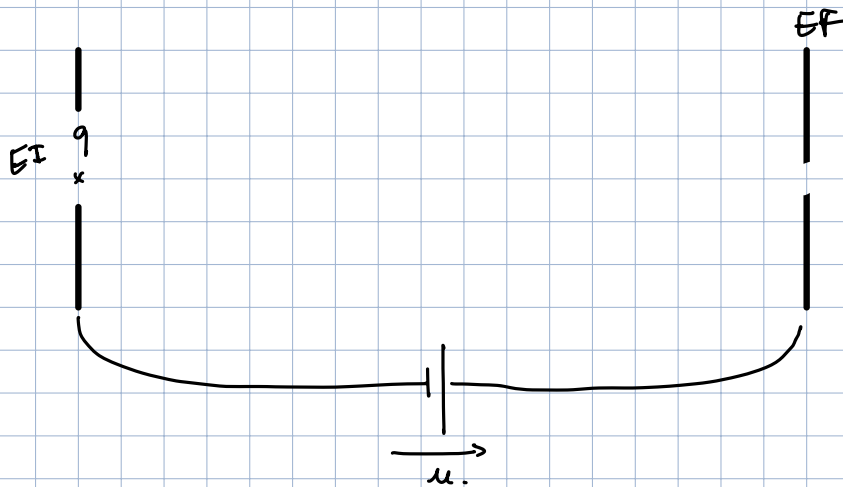
On observe bien que R dépend de m .

△ Faire l'application 7.

③ Principe du cyclotron.

objectif: accélérer des particules élémentaires.

méthode "noire" On applique une d.d.p.



Qd on étudie le système {particule p }
dans le RTSG.

sous la force électrostatique $q\vec{E}$
et à un poids négligeable.

Le TEM donne
$$\frac{1}{2} m v_f^2 + q V_f - [0 + q V_i] = 0.$$

soit
$$v_f = \sqrt{\frac{2q}{m} (V_i - V_f)}$$

On nomme $U = |u| = |V_i - V_f|.$

$$\left. \begin{array}{l} +qV_i - qV_f \\ \times \frac{2}{m}, \sqrt{\end{array} \right\}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2|q| U}{m}}$$

On veut accélérer une particule, i.e. obtenir $v_f \approx \frac{c}{10}$.

Pour cela,

$$U = \frac{m \left(\frac{c}{10}\right)^2}{2|q|}$$

A.N. Pour $1e^-$, $U = \frac{10^{-30} \text{ kg} \times 9 \times 10^{14} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} \approx \frac{9}{2 \times 1,6} \times 10^{-30+14+19} \text{ V}$

$$\approx 3000 \text{ V}$$

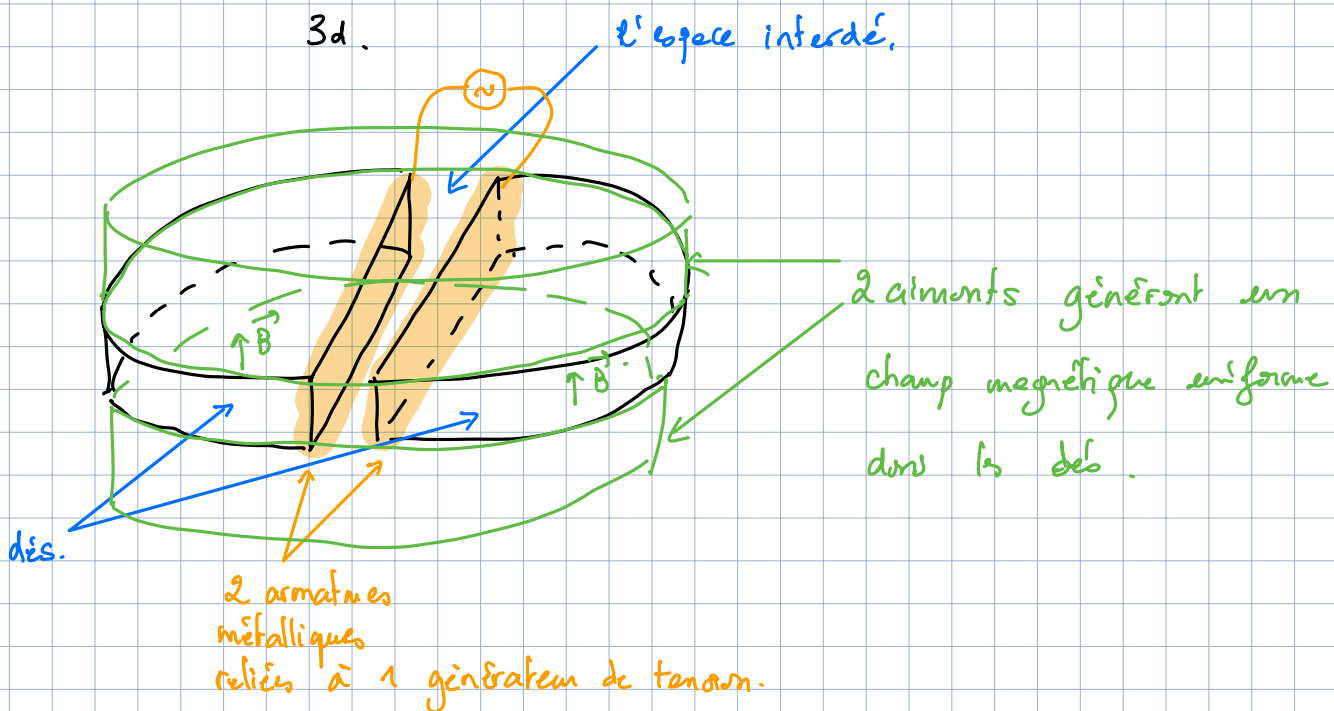
Pour 1 proton H^+ , $U = \frac{1,7 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{14} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} \approx \frac{1,7 \times 9}{2 \times 1,6} \times 10^{-27+14+19} \text{ V}$

$$\approx 5 \times 10^6 \text{ V} !!!$$

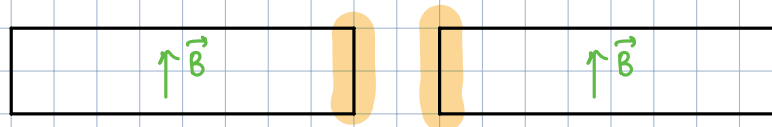
Tension très très importante!

d'où le cyclotron.

Schémas.



Vue transversale

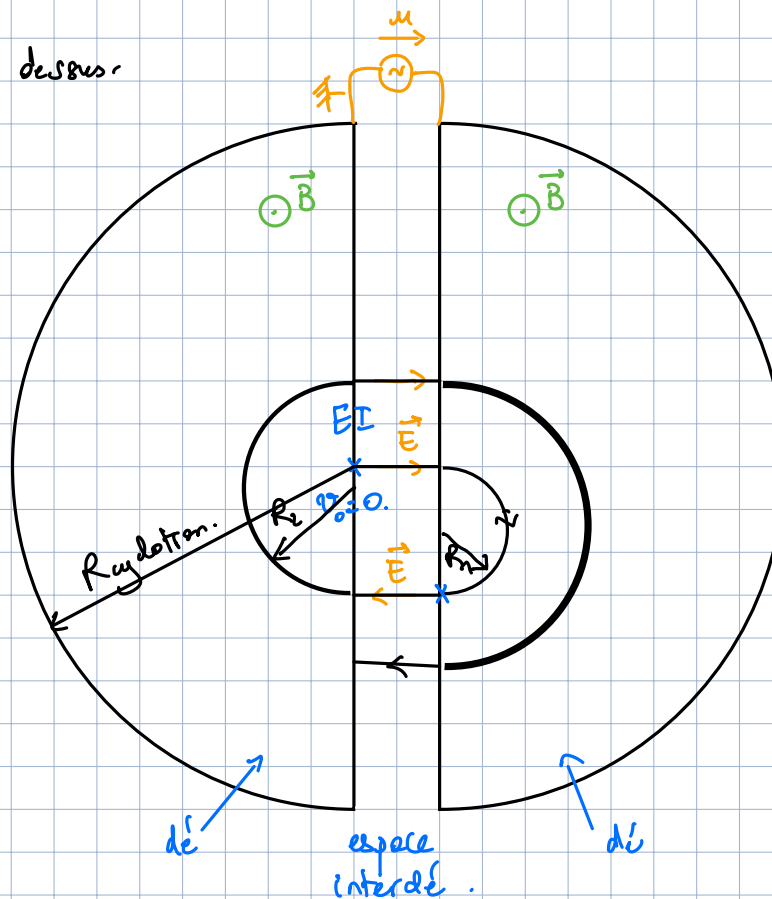


dé

espace
interdité

dé.

Vue de dessus



Supposons qu'on
souhaite
accélérer
en ion H^+ .

$u > 0$.

Etape initiale : H^+ accéléré par $\vec{E}$ vers la droite et $u = -u$
à la fin de cette 1^{ère} phase d'accélération.

dans
l'espace
interdité.

la vitesse est v_1 et elle vérifie le TEM

$$\frac{1}{2} m v_1^2 - e u - [0 + 0] = 0.$$

$$\text{Soit } v_1^2 = \frac{2 e u}{m}$$

Dans le dé
de droite.

mouvement circulaire uniforme de rayon $R_1 = \frac{m v_1}{e B}$

et de vitesse angulaire

$$\omega = \frac{eB}{m}$$

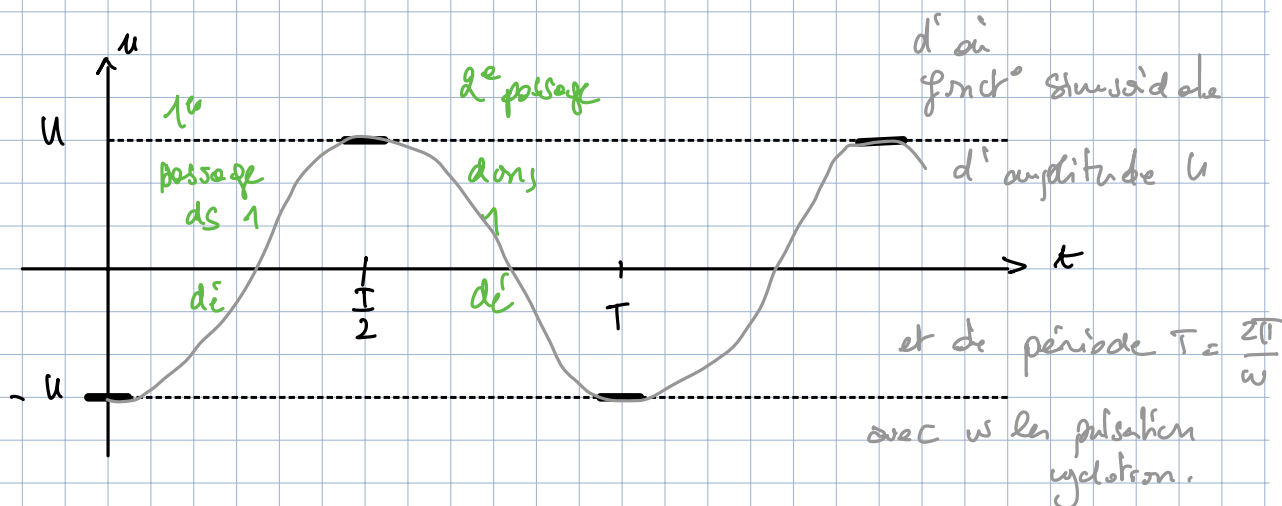
La durée
de la
trajectoire
du $\vec{L}$ de
est
indépendante
de
la vitesse
 v_1 !

Ainsi, le mot ds le $\vec{L}$ de droite,
il dure

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi m}{eB}$$

Dans l'espace
interdite

Le proton est à nouveau accéléré
si par contre cette fois, $\vec{E}$ vers la gauche
soit $u = +U$.



Le TEM. entre les armatures de droite et de gauche
(EI) vitesse v_1 .
(EF) vitesse v_2 .

$$\frac{1}{2} m v_2^2 + e \times 0 - \left[\frac{1}{2} m v_1^2 + e U \right] = 0.$$

soit

$$v_2^2 = v_1^2 + \frac{2eU}{m}$$

Dans le $\vec{L}$ de gauche A nouveau mot circulaire uniforme
de rayon $R_2 = \frac{mv_2}{eB}$ et de vitesse angulaire

$$\omega = \frac{eB}{m}$$

durée égale à $\frac{T}{2} = \frac{\pi m}{eB}$

Ainsi à chaque passage de l'espace interdit, la particule H^+ est accélérée si:

$u(t)$ est 1 fonction sinusoidale de pulsation la pulsation cyclotron.

$$\omega = \frac{eB}{m}$$

On peut accélérer tant que le cyclotron peut contenir la particule

ie $R_i \leq R_{\text{cyclotron}}$

soit $\frac{mv_i}{eB} \leq R_{\text{cyclotron}}$

$$v_i \leq \underbrace{\frac{eB R_{\text{cyclotron}}}{m}}_{v_{\text{max}}}$$

Ainsi $v_{\text{max}} = \frac{eB R_{\text{cyclotron}}}{m}$

Regarder les ord de B pour obtenir $v_{\text{max}} = \frac{c}{10}$

avec $R_{\text{cyclotron}} = 1 \text{ m.}$

10 m.

Regardez le nb de passages nécessaires pour accélérer H^+
de 0 jusqu'à $v_{max} = \frac{c}{10}$.