TD ITC n°1

Parrainages

La société secrète FDMEDP (Fans de Mathématiques et de Physique) fonctionne avec un système de parrainages : chaque membre peut avoir un·e parrain/marraine (ou ne pas en avoir), et peut avoir au maximum trois filleul·e·s.

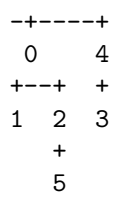
La société contient n personnes, chaque individu étant représenté·e par un nombre entier entre 0 et $n-1$. On représente la structure de parrainage par une liste `parrains` telle que

- `parrains[i]` contient i si l'individu i n'est pas parrainé ;
- `parrains[i]` contient le numéro de son parrain/sa marraine sinon.

Par exemple, la liste

```
[0, 0, 0, 4, 4, 2]
```

correspond à la structure ci-dessous :



Dans tout l'énoncé, n désigne le nombre d'individus dans la société, la liste `parrains` est définie comme ci-dessus, et on note l'intervalle $[0:k]$ l'intervalle allant de 0 inclus à k exclus. On nomme « ancêtres de i » les individus dont descend l'individu i.

1 – Préparation : récupérer le module `module_parrainages.py` sur cahier de prépa, puis ouvrir un **nouveau fichier python** dans le même dossier que le module. Dans ce nouveau fichier, écrire l'instruction

```
import module_parrainages as par
```

puis utiliser la console pour créer une société de test et l'afficher (ici pour 20 individus) :

```
In [1]: soc = par.créer_liste_parrains(20)
In [2]: par.afficher_structure(soc)
```

On peut également récupérer une liste pré-générée, assez équilibrée pour les tests :

```
In [1]: soc = par.récupérer_liste_préalable()
In [2]: par.afficher_structure(soc)
```

2 – Écrire une fonction `nb_parrainés` qui prend en paramètre une liste `parrains` et renvoie le nombre d'individus qui sont parrainés par un autre. Estimer la complexité de cet algorithme.

3 – Écrire une fonction `nb_filleuls` qui prend en paramètres une liste `parrains` et un entier `individu` compris dans $[0:n]$, et renvoie le nombre de filleuls de `individu`.

4 – Écrire une fonction `ancêtre` qui prend en paramètres une liste `parrains` et un entier `individu` compris dans $[0:n]$, et renvoie le numéro de l'individu tout en haut de sa généalogie. Estimer la complexité dans le meilleur et le pire cas pour cet algorithme.

5 – Écrire une fonction `longueur_chaîne` qui prend en paramètres une liste `parrains` et un entier `individu` compris dans $[0:n]$, et renvoie la longueur de la chaîne de parrainages qui le relie à son ancêtre.

6 – Écrire une fonction `lister_filleuls` qui prend en paramètres une liste `parrains` et un entier `individu` compris dans $[0:n]$, et renvoie une liste contenant les filleuls de `individu`.

7 – Écrire une fonction `liste_filleuls_complète` qui prend en paramètre une liste `parrains`, et renvoie une liste contenant en case i la liste des filleuls de l'individu i.

8 – Écrire une fonction `ligne directe` qui prend en paramètres une liste `parrains` et deux entiers `jeune` et `vieux` compris dans $[0:n]$, et renvoie `True` si `jeune` est un descendant de `vieux`, et `False` sinon.

9 – Écrire une fonction `plus_proche_ancêtre_commun` qui prend en paramètres une liste `parrains` et deux entiers `i1` et `i2` compris dans $[0:n]$, et renvoie le numéro de leur plus proche ancêtre commun ; s'ils ne sont pas apparentés, on renverra -1. On pourra s'aider de la fonction `ligne_directe`.