

Sujet 1

Cours

Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, $e^x \geq x + 1$.

Application cours 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$,

$$e^{2x} - e^x - 6 = 0.$$

Application cours 2

Déterminer la limite en $+\infty$ de $f : x \mapsto \sqrt{\frac{4x^2 - 1}{x + 1}} - e^{\sqrt{\ln(x)}}$.

Exercice

1. Calculer et simplifier la dérivée de la fonction $f : x \rightarrow 2 \operatorname{Arctan} \left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \right)$.
2. En déduire une expression simplifiée de f .

Sujet 2

Cours

Équation fonctionnelle de $\ln$.

Application cours 1

Résoudre le système

$$\begin{cases} e^x e^y &= 10 \\ e^{x-y} &= \frac{2}{5} \end{cases}$$

Application cours 2

Déterminer la limite en $+\infty$ de $f : x \mapsto \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) e^{-\sqrt{x} + \sqrt{x} \ln(x)}$.

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$\operatorname{Arccos} x = \operatorname{Arcsin}(2x).$$

Exercice 2

1. Montrer que la fonction sh réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.
Dans toute la suite, on note Argsh sa bijection réciproque.
2. Calculer $\operatorname{Argsh}\left(\frac{3}{4}\right)$.
3. Montrer que Argsh est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer sa dérivée.

Sujet 3

Cours

Fonctions puissances.

Application cours 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$,

$$(\ln(x) + 1)(\ln(x) - 2) > 0$$

Application cours 2

Déterminer la limite en $+\infty$ de $f : x \mapsto e^{x+\frac{1}{x}} - e^x$

Exercice

Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \leq e.$$

Sujet 4

Cours

Fonctions puissances.

Application cours 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$,

$$3e^x - 7e^{-x} - 20 = 0.$$

Application cours 2

Soit $\alpha > 0$.

Déterminer la limite en $+\infty$ de $f : x \mapsto \frac{\ln(\operatorname{ch}(x))}{x^\alpha}$.

Exercice

Soit $a \in \mathbb{R}$.

Calculer la dérivée n -ième de $f : x \mapsto e^{x \operatorname{ch} a} \operatorname{ch}(x \operatorname{sh}(a))$.

Sujet 5

Cours

exp et dérivation.

Application cours 1

Résoudre le système

$$\begin{cases} e^x - 2e^y &= -5 \\ 3e^x + e^y &= 13 \end{cases}$$

Application cours 2

Déterminer la limite en $+\infty$ de $f : x \mapsto \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) e^{-\sqrt{x} + \sqrt{x} \ln(x)}$.

Exercice

Déterminer les entiers naturels n tels que $2n \geq n^2$.

Sujet 6

Cours

Relation entre Arcsin et Arccos.

Application cours 1

Résoudre le système

$$\begin{cases} x + y &= 30 \\ \ln(x) + \ln(y) &= 3 \ln(6) \end{cases}$$

Application cours 2

Déterminer la limite en $+\infty$ de $f : x \mapsto \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{1}{\sqrt{\ln(x)}}\right)}{\tan\left(\frac{1}{x}\right)}$

Exercice

Soit $f : x \mapsto \operatorname{Arctan}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

1. Déterminer la dérivée de f .
2. En déduire une expression simplifiée de f en fonction de Arctan .