

Sujet 1

Cours

Existence et unicité de la partie entière.

Application cours 1

Soit A et B deux parties non vides de $\mathbb{R}$. On suppose que tout élément de A est inférieur à tout élément de B et que :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists (a, b) \in A \times B, b - a < \varepsilon.$$

Montrer que $\sup A = \inf B$.

Application cours 2

Étudier la limite des suites de terme général :

$$\mathbf{1.} \quad \frac{1 + 2 \sin n}{\sqrt{n}} \qquad \mathbf{2.} \quad \frac{\ln((n+3))^n}{n^{\ln(n+3)}}$$

Exercice 1

Soient (u_n) et (v_n) deux suites à valeurs dans $[0; 1]$ telles que $u_n v_n \xrightarrow[n \mapsto +\infty]{} 1$. Montrer que les deux suites convergent vers 1.

Sujet 2

Cours

Définition de la convergence

Application cours 1

Étudier la limite des suites de terme général :

$$1. \frac{\lfloor \sqrt{n} \rfloor}{n} \qquad 2. \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n}$$

Exercice 1

Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par

$$v_n = \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k}$$

Étudier la convergence de $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$, $\lfloor 2x \rfloor = 5 + \lfloor -x \rfloor$

Sujet 3

Cours

Limite de $\left(\frac{1}{u_n}\right)$

Application cours 1

Soit x un réel.

Montrer que $\lfloor x \rfloor + \lfloor 2x \rfloor + \lfloor 3x \rfloor \leq \lfloor 6x \rfloor$.

Exercice 1

Etudier la limite de la suite (u_n) de terme général

$$\frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \lfloor kx \rfloor.$$

Sujet 4

Cours

Théorème de la limite monotone

Application cours 1

Etudier la limite de la suite (u_n) de terme général

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n^2 + k^2}$$

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation d'inconnue x

$$\lfloor x \rfloor = \left\lfloor x + \frac{1}{2} \right\rfloor$$

Exercice 2

Soient (u_n) et (v_n) deux suites à valeurs dans $[0; 1]$ telles que $u_n v_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} 1$. Montrer que les deux suites convergent vers 1.

Sujet 5

Cours

Produit d'une suite bornée et d'une suite convergeant vers 0

Application cours 1

Soit x un réel.

Montrer que $\lfloor 2x \rfloor + \lfloor 3x \rfloor + \lfloor 4x \rfloor \leq \lfloor 9x \rfloor$.

Application cours 2

Étudier la limite des suites de terme général :

$$1. \frac{\lfloor \sqrt{n} \rfloor}{n} \qquad 2. \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n}$$

Exercice 1

Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par

$$v_n = \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k}$$

Étudier la convergence de $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.

Sujet 6

Cours

Limite d'une somme de suites

Application cours 1

Étudier la limite des suites de terme général :

$$1. \frac{1 + 2 \operatorname{Arctan} n}{\sqrt{n}} \qquad 2. \frac{(\ln(n+3))^n}{n^{\ln(n+3)}}$$

Application cours 2

Soit A et B deux parties non vides de $\mathbb{R}$. On suppose que tout élément de A est inférieur à tout élément de B et que :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists (a, b) \in A \times B, b - a < \varepsilon.$$

Montrer que $\sup A = \inf B$.

Exercice 1

Soit x un réel positif.

Étudier la limite des suites de terme général :

$$\sqrt{e^n + x^n} - \sqrt{e^n + 1}$$